

Aufgabe 1: Komplexe Zahlen

Bestimmen Sie von den folgenden komplexen Zahlen den Real- und Imaginärteil.

a) $z = 5 - 2i$

b) $z = (2 + 3i)(2 - 3i)$

c) Geben Sie den Real- und Imaginärteil von \bar{z} (komplex konjugierte von $z = 1 + 5i$) an

d) Bestimmen Sie zunächst die folgenden komplexen Zahlen aus $z_1 = -7 + 3i$ und $z_2 = 8 - i$:

i. $z = z_1 + z_2$

ii. $z = z_1 - z_2$

iii. $z = z_1 \cdot z_2$

iv. $z = \frac{z_1}{z_2}$ (Hinweis: Nutzen Sie die komplex konjugierte von z_2 .)

e) $z = \exp\left(\frac{\pi}{2}i\right)$ (Hinweis: Hierbei handelt es sich um die Polardarstellung.)

f) $z = \frac{5+3i}{-i}$

g) In wie weit sind komplexe Zahlen in der Physik von Nutzen.

Hinweis: Eine komplexe Zahl z lässt sich auch als $z = x + iy$ schreiben.

Aufgabe 2: Ableitungen

Bilden Sie die erste Ableitung folgender Funktionen (mit Zwischenschritten):

a) $f(x) = 3x^2 - 5x + 7$

c) $x(t) = \exp\left(\frac{-4t^3 + 5}{t + 1}\right)$

b) $f(x) = x^3 \cdot \ln x - 1$

d) $x(t) = \frac{\exp(-a \cdot t^2 + t)}{(t + 1)}$

Aufgabe 3: Integrale

Integrieren Sie folgende Ausdrücke (mit Zwischenschritten):

a) $\int (4x^2 + 3x) dx$

c) $\int_0^4 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx$

b) $\int \frac{1}{\sqrt[5]{z^2}} dz$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2(\varphi) \sin(\varphi) d\varphi$

Hinweis: Die letzten beide Integrale lassen sich am besten durch Substitution lösen.

Aufgabe 4: Exponentialfunktionen

Zeigen Sie mit Hilfe der Formeln $\sin(x) = \frac{1}{2i}(e^{ix} - e^{-ix})$ und $\cos(x) = \frac{1}{2}(e^{ix} + e^{-ix})$ die

Gültigkeit der Beziehung $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$.

Aufgabe 5: Fluss überqueren

Ein Fluss der Breite $b = 120$ m hat überall die gleiche Strömungsgeschwindigkeit. Wie muss sich ein Schwimmer verhalten, damit er beim Hinüberschwimmen

- a) eine möglichst kurze Strecke abgetrieben wird; wie lange ist die Überquerungszeit
- b) eine möglichst kurze Zeit braucht; wie weit wird er abgetrieben?

Der Schwimmer erreicht im Wasser eine konstante Geschwindigkeit von $v_s = 1,1$ m/s. Betrachten Sie den Fall einer Strömungsgeschwindigkeit von $v_w = 0,9$ m/s.

Fragen?

<i>Tobias Wecker</i>	wtobias@mail.uni-paderborn.de	<i>P8.2.06</i>
<i>Sarah Blumenthal</i>	sarah.blumenthal@uni-paderborn.de	<i>P8.2.06</i>
<i>Jannick Saatz</i>	jsaatz@mail.uni-paderborn.de	<i>P8.2.15</i>
<i>Rebecca Grotemeyer</i>	rgrotem@mail.uni-paderborn.de	<i>P8.2.15</i>
<i>Fabian Tacke</i>	ftacke@mail.uni-paderborn.de	<i>P8.2.15</i>