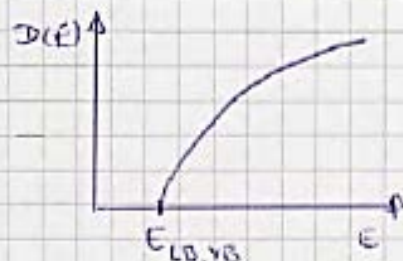


# 3. Physik von 3-, 2-, 1- und 0-dimensionalen Systemen

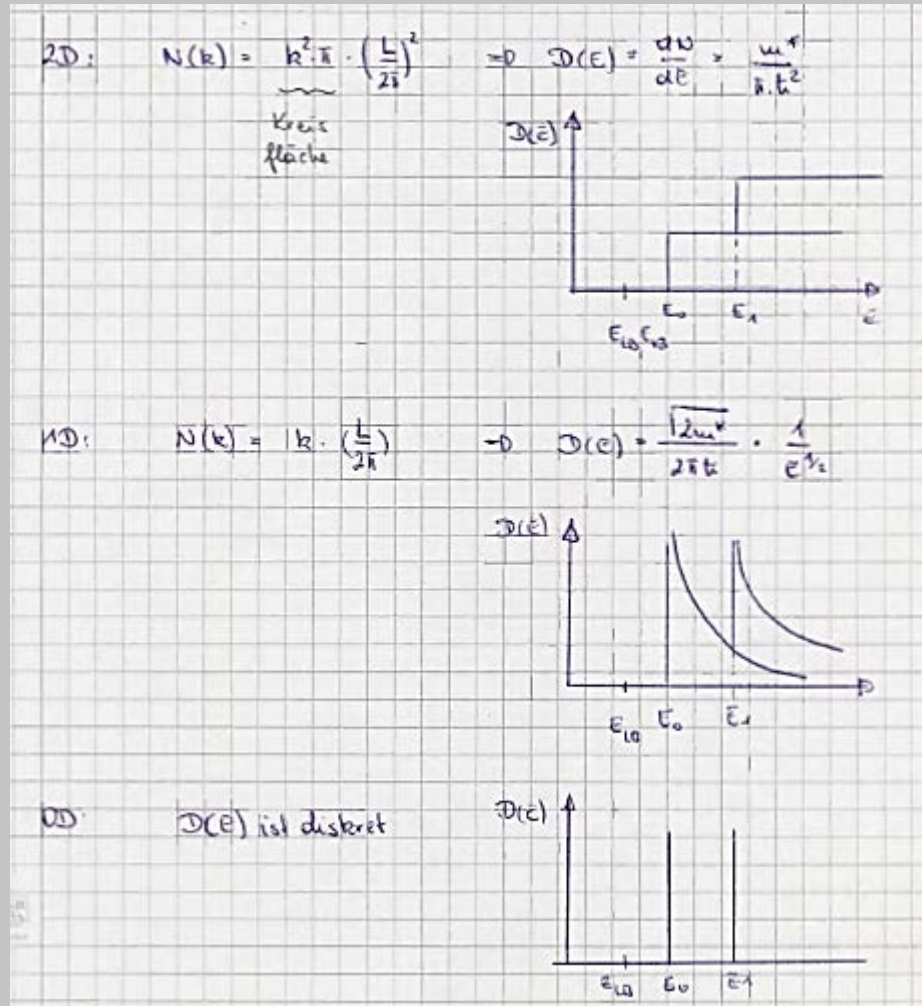
3.1 Zustandsdichten in Systemen unterschiedlicher Dimensionalität  
 (exemplarisch für ein parabolisches Band  $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{2m^* E}{\hbar^2}}$ )

3D:  $N(k) = \underbrace{\frac{4}{3} k^3 \pi}_{\text{Kugelvolumen}} \cdot \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \Rightarrow D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$



The graph shows the density of states  $D(E)$  on the vertical axis and energy  $E$  on the horizontal axis. The curve starts at a minimum energy value  $E_{LB,VB}$  on the energy axis and increases monotonically with energy.

# Zustandsdichte in 2, 1 und 0 dim



# Effektive Zustandsdichte und Ladungsträgerkonzentration

$$n = \int_{E_{\text{bottom}}}^{E_{\text{top}}} D(E) f(E) dE = N_C \cdot f_3(E = E_C)$$

damit ändert sich auch die effektive Zustandsdichte mit der Dimensionalität.

3D:

$$n_{3D} = N_C^{3D} \cdot f_3(E = E_C) = N_C^{3D} \cdot F_{3/2}(\eta) \quad \eta = \left( \frac{E - E_C}{kT} \right)$$

$$N_C^{3D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left( \frac{m^* k_B T}{\pi \cdot h^2} \right)^{3/2} \quad [\text{cm}^{-3}]$$

# Ladungsträgerkonzentration in niedrigeren Dim.

$$2D: \quad n_{2D} = N_c^{2D} \cdot \mathcal{F}_{1/2}(\eta) = \int_{E_c}^{\infty} \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \cdot e^{-\frac{(E-E_c)}{kT}} dE$$

$$N_c^{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \cdot kT \quad [cm^{-2}]$$

$$1D: \quad n_{1D} = \int_{E_c}^{\infty} \frac{1}{\pi \hbar} \cdot \sqrt{\frac{m^*}{2(E-E_c)}} \cdot e^{-\frac{(E-E_c)}{kT}} dE$$

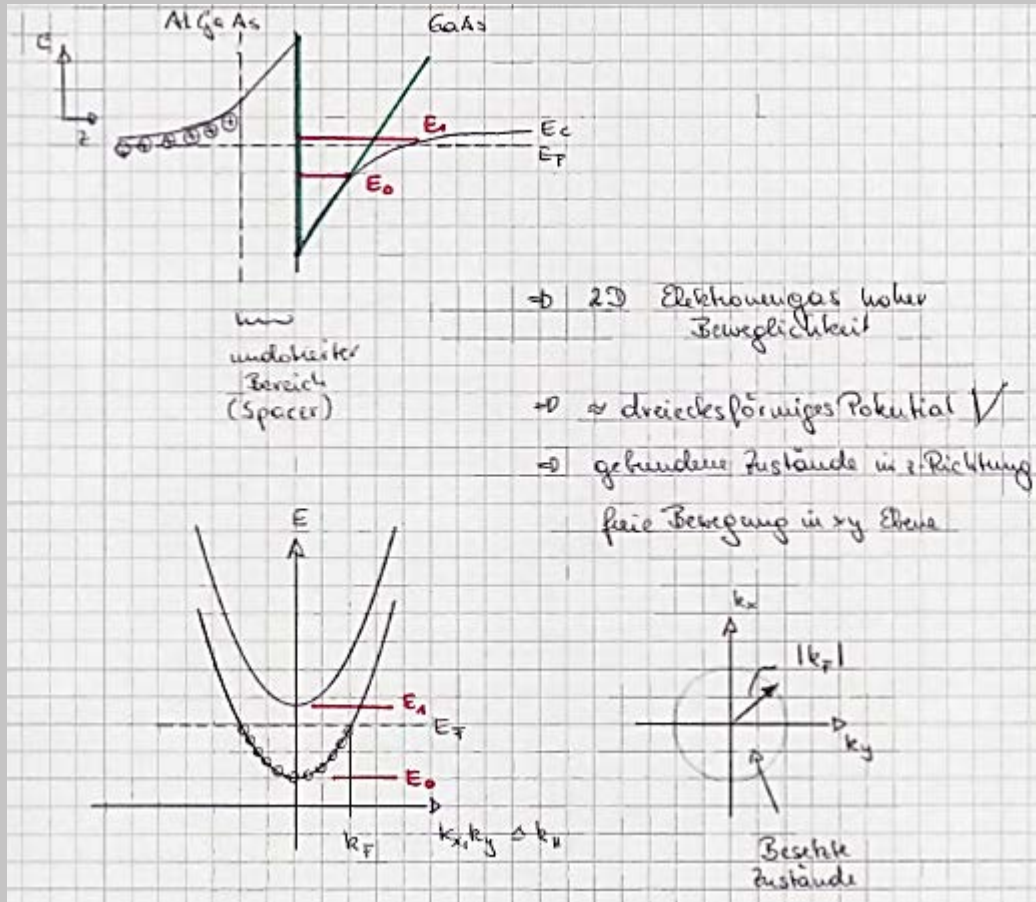
$$N_c^{1D} = \sqrt{\frac{m^* kT}{2\pi \hbar^2}} \quad [cm^{-1}]$$

$$0D: \quad n_{0D} = \int_{E_c}^{\infty} 2 \cdot \delta(E-E_c) dE$$

$$N_c^{0D} = 2$$

# Unterschiedliche Potentialtöpfe

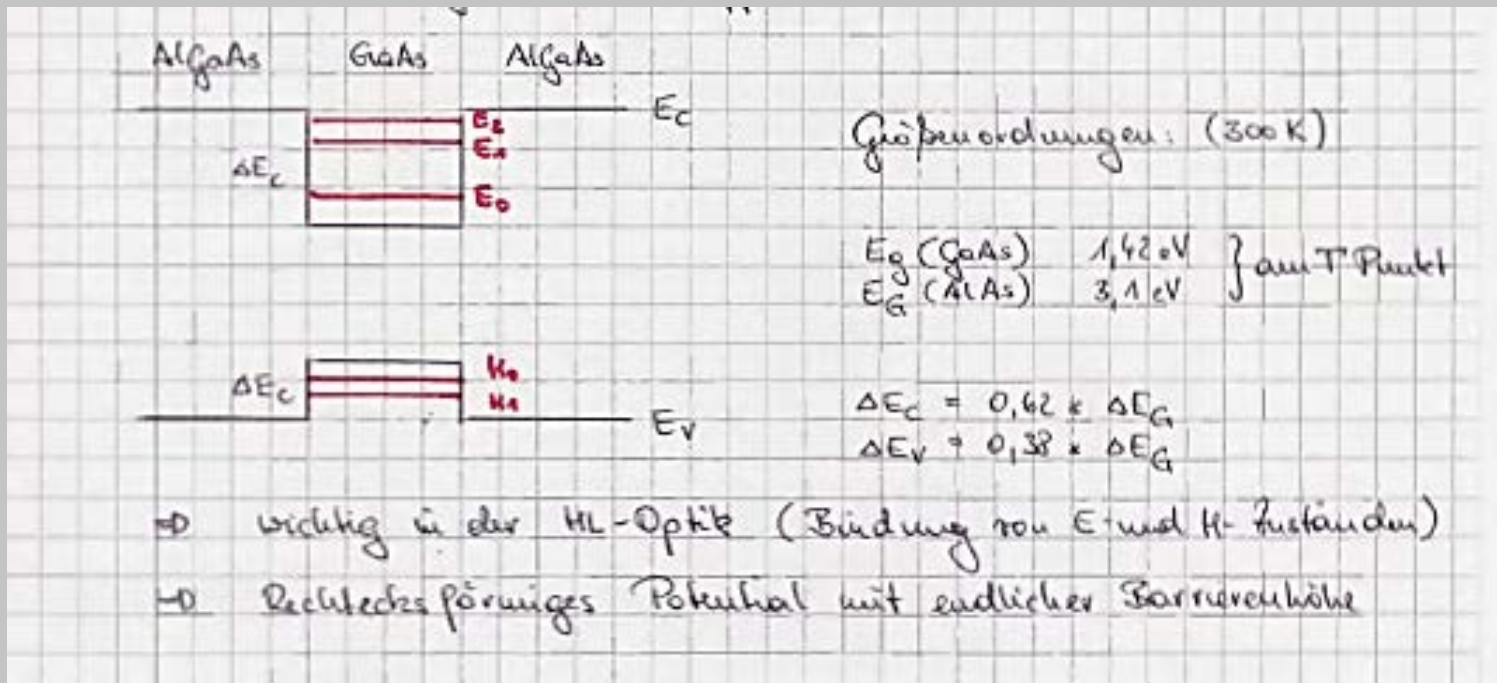
## Einfache Heterostrukturen





# Doppelheterostrukturen

## Rechtecksförmige Potentialtöpfe




# Parabolische Potentialtopf

Realisiert durch

1) Variation des Al-Gehalts als Funktion des Ortes  $z$

→ Parabolischer Verlauf von  $E_g^{\text{AlGaAs}} - E_g^{\text{GaAs}}$

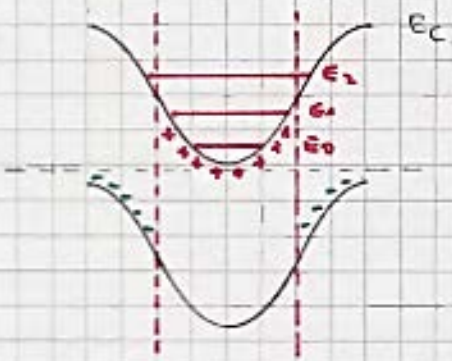


→ äquidistante Energieabstände

Anwendung:

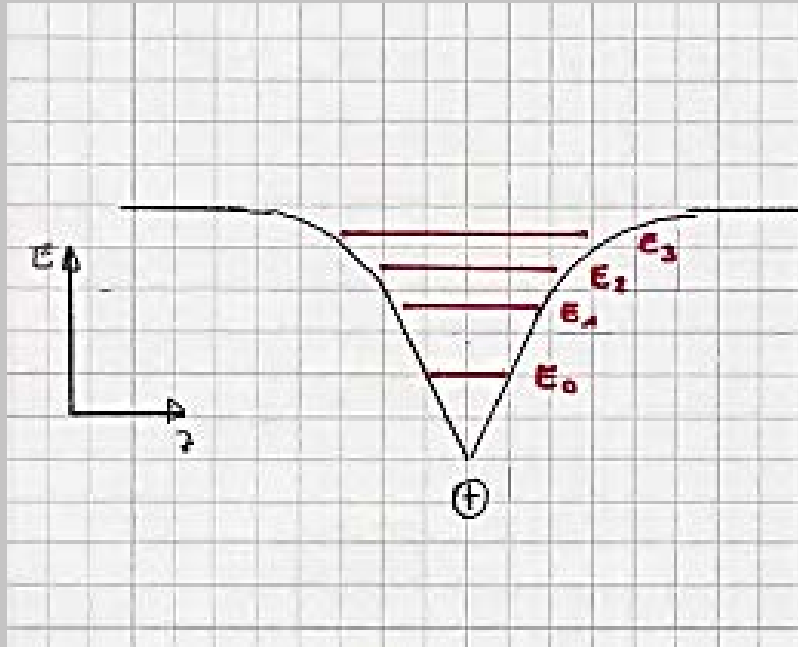
- Grundlagenforschung
- FIR-Detektoren

2) Dotierung: pnp-Strukturen oder upu oder nipi



Potentialverlauf durch Lösung der Poisson-Gleichung gegeben:

# V-förmige Potentialtöpfe





Form des Potentials  
ergibt sich aus der  
(planaren) Position der  
Dotierebene (atom) und  
der Verteilung der daran  
gebundenen Elektronen.

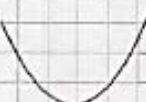



# Energie-Eigenwerte für analytische Modellpotentiale

Energie - Eigenwerte in den vorgestellten Modellpotentialen ( $n=0,1,2,\dots$ )

a)   $E_n = \left( \frac{\hbar^2 \cdot e^2 \cdot F^2}{2 \cdot m_1^*} \right)^{1/3} \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \pi \cdot \left( n + \frac{3}{4} \right) \right]^{2/3}$   $F \triangleq E\text{-Feld}$





b)   $E_n = \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2 \cdot m_1^* \cdot L^2} \cdot (n+1)^2$  mit  $L = QW\text{-Breite}$

c)   $E_n = \hbar \omega \left( n + \frac{1}{2} \right)$  mit  $V(z) = \frac{m_1^* \omega^2}{2} \cdot z^2$

d)   $E_n = \left( \frac{\hbar^2 \cdot e^2 \cdot F^2}{2 \cdot m_1^*} \right)^{1/3} \cdot \left[ \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot \left( n + \frac{1}{2} \right) \right]^{2/3}$

Zusammengefasst gilt:

$$E_n = \left( \frac{1}{m_1^*} \right)^{1/2} (n+s)^r$$

	$\ell = 1/3$	$s = 3/4$	$r = 2/3$
	$\ell = 1$	$s = 1$	$r = 2$
	$\ell = 1/2$	$s = 1/2$	$r = 1$
	$\ell = 1/3$	$s = 1/2$	$r = 2/3$

## 3.3.2 Bandanordnung

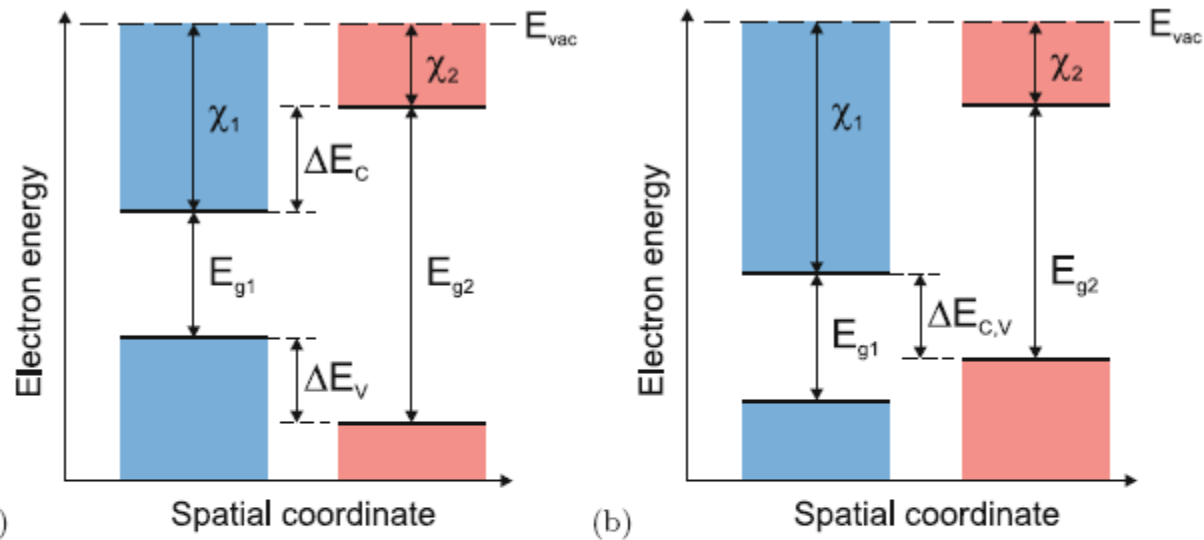
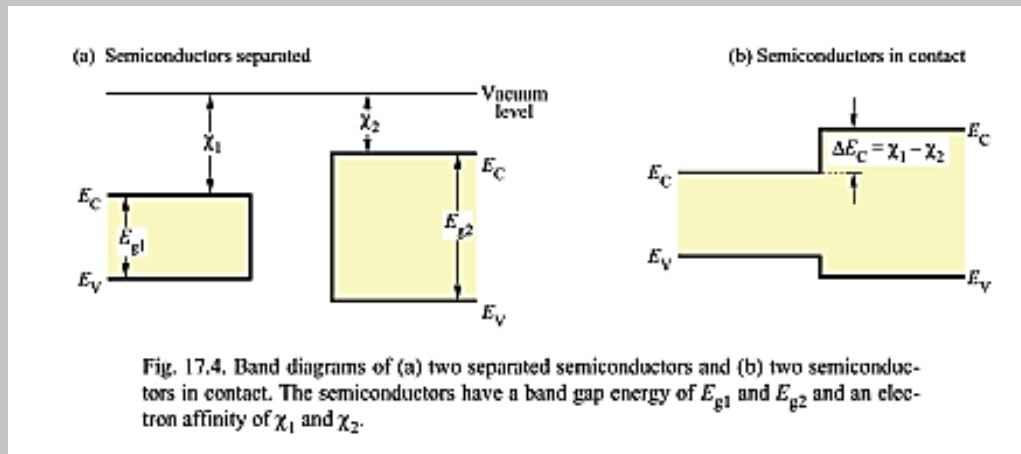
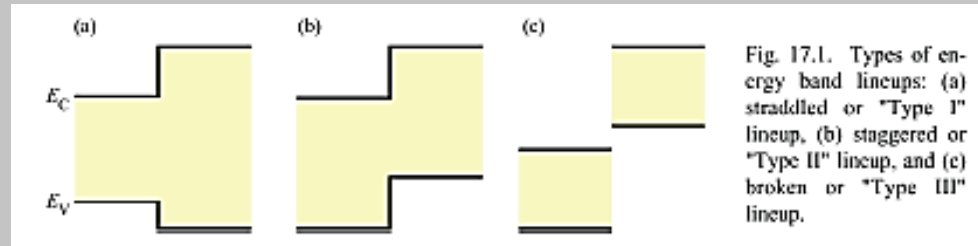


Fig. 11.15. Position of band edges (band alignment) in (a) type-I and (b) type-II heterostructure

$$\Delta E_C = \chi_1 - \chi_2 \quad (11.2a)$$

$$\Delta E_V = (\chi_1 + E_{g1}) - (\chi_2 + E_{g2}) . \quad (11.2b)$$

## 3.3.2 Bandanordnung

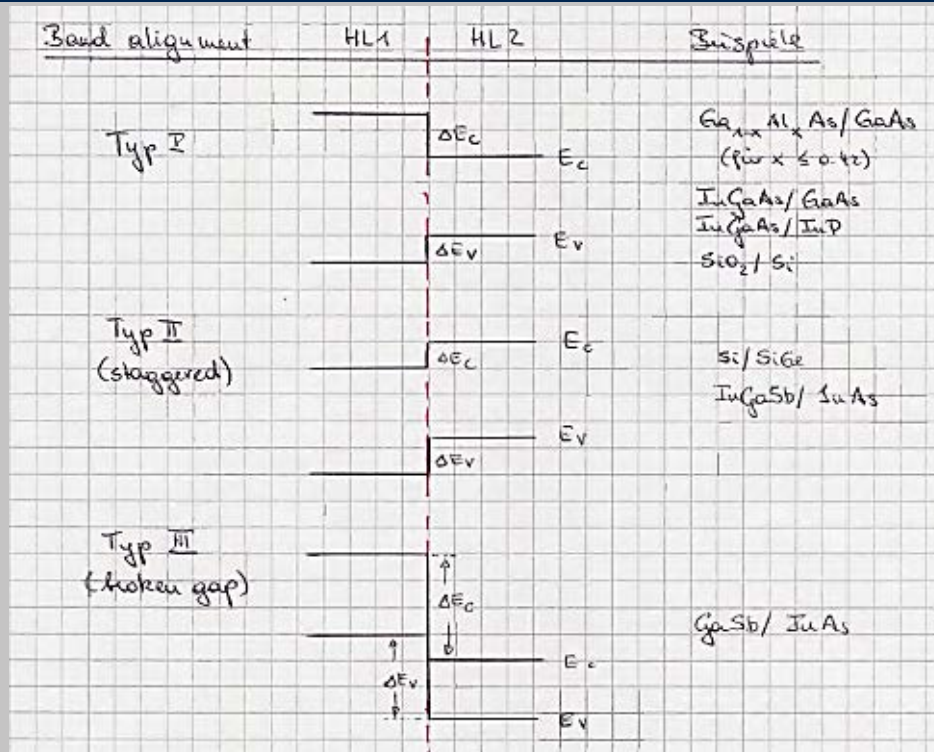


$$\Delta E_c = \chi_1 - \chi_2$$

The valence band discontinuity then follows automatically as

$$\Delta E_v = E_{g2} - E_{g1} - \Delta E_c$$

## 3.3.2 Bandoffset



je nach Typ des band alignments entstehen so interne Potentialbarrieren für Elektronen und/oder Löcher

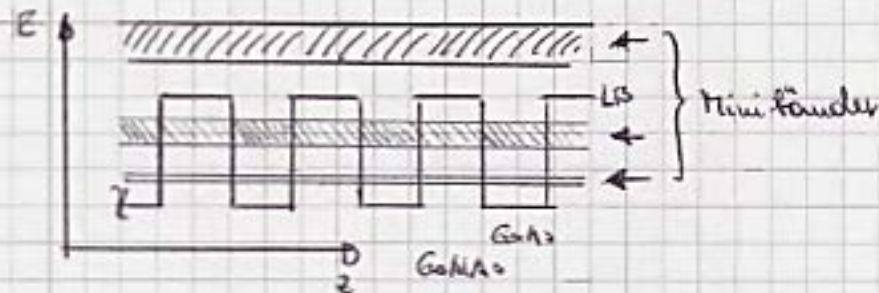
$\Delta E_c$  bzw.  $\Delta E_v$  wird meist in % bezüglich des totalen Bandsprungs angegeben

$\Delta E_c$  angegeben:  $\Delta E_c \approx 63\%$  für  $GaAs/AlGaAs$  und  $GaAs/InGaAs$   
 $\Delta E_c \approx 40\%$  für  $InP/InGaAs$

# Übergitter (Superlattices)

Unter einem Übergitter versteht man eine periodische Überstruktur aus Halbleitermaterialien mit unterschiedlicher Bandlücke

Beispiel: GaAs/GaAlAs-SL



Im Periodischen Potential kommt es zur Tunnelwechselwirkung zwischen einzelnen Subbandniveaus und somit zur Ausbildung von sog. Mini-Bändern

$\Rightarrow$  neue Brillouin-Grenze bei  $k = \frac{\pi}{a+b}$



# Bandanordnung

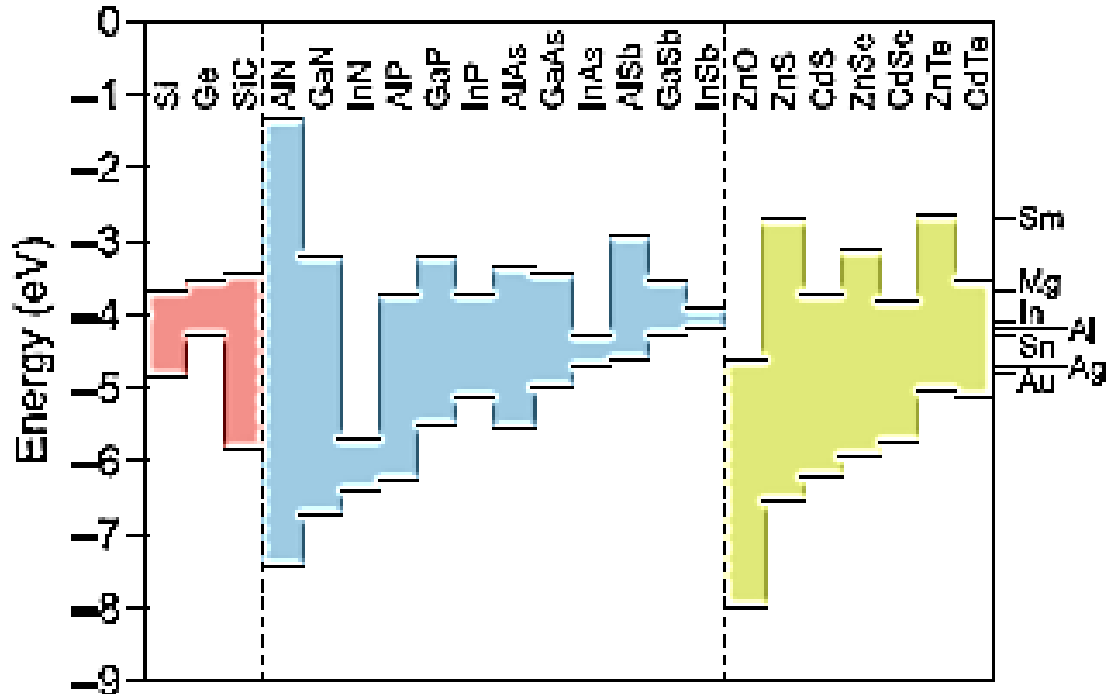
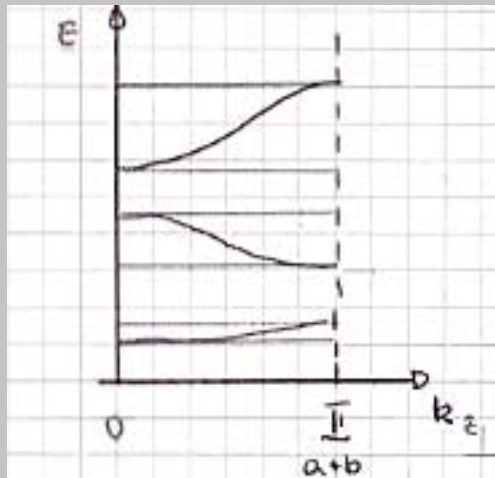


Fig. 11.14. Position of conduction and valence-band edges for a variety of semi-conductors (relative to a common vacuum level at  $E = 0\text{ eV}$ ). Based on values from [792]. On the right hand side the work functions of several metals are shown for comparison

# Übergitter



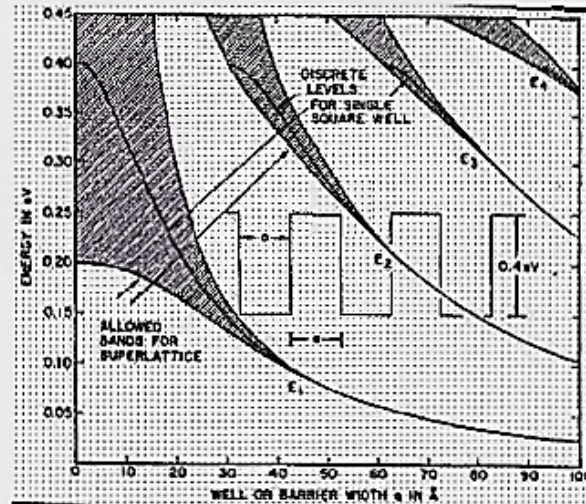
Die entstehenden Mini-Bänder besitzen eine Dispersion in  $k_z$ -Richtung. D.h. es gibt ein Spektrum ausgedehnter Zustände in  $z$ -Richtung.

Die genaue Dispersion der Mini-Bänder kann mittels Tight-Binding oder Kronig-Penney-Modell berechnet werden.

Literatur: Festkörperphysik z.B. Kittel

## 3.3.3 Übergitter (Superlattices)

Die Breite der Minibänder nimmt mit steigender Tunnelwahrscheinlichkeit, d.h. sinkender GaAlAs-Barrierendicke zu



Vergleich der Zustandsdichte eines 2D-QWs, eines SL und eines 3D-Volumenhalbleiters:

