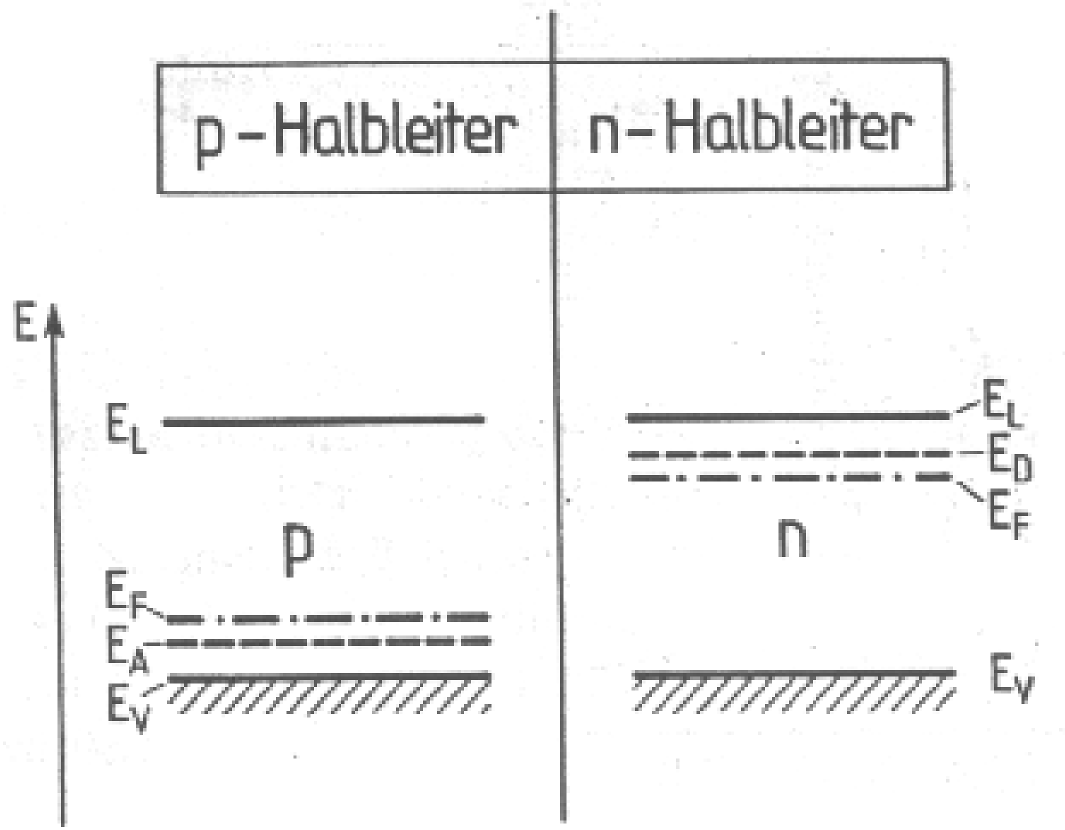
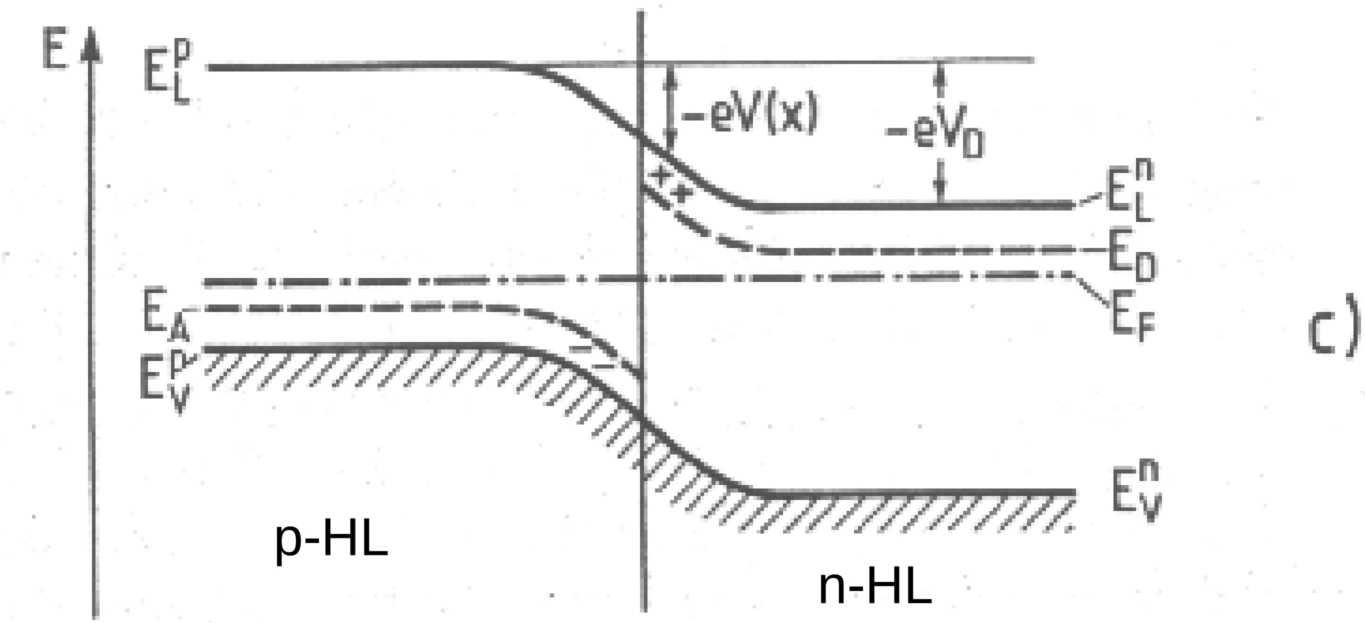
# Kurzwiederholung p-n-Übergang




Bandverlauf nach Zusammenfügen?

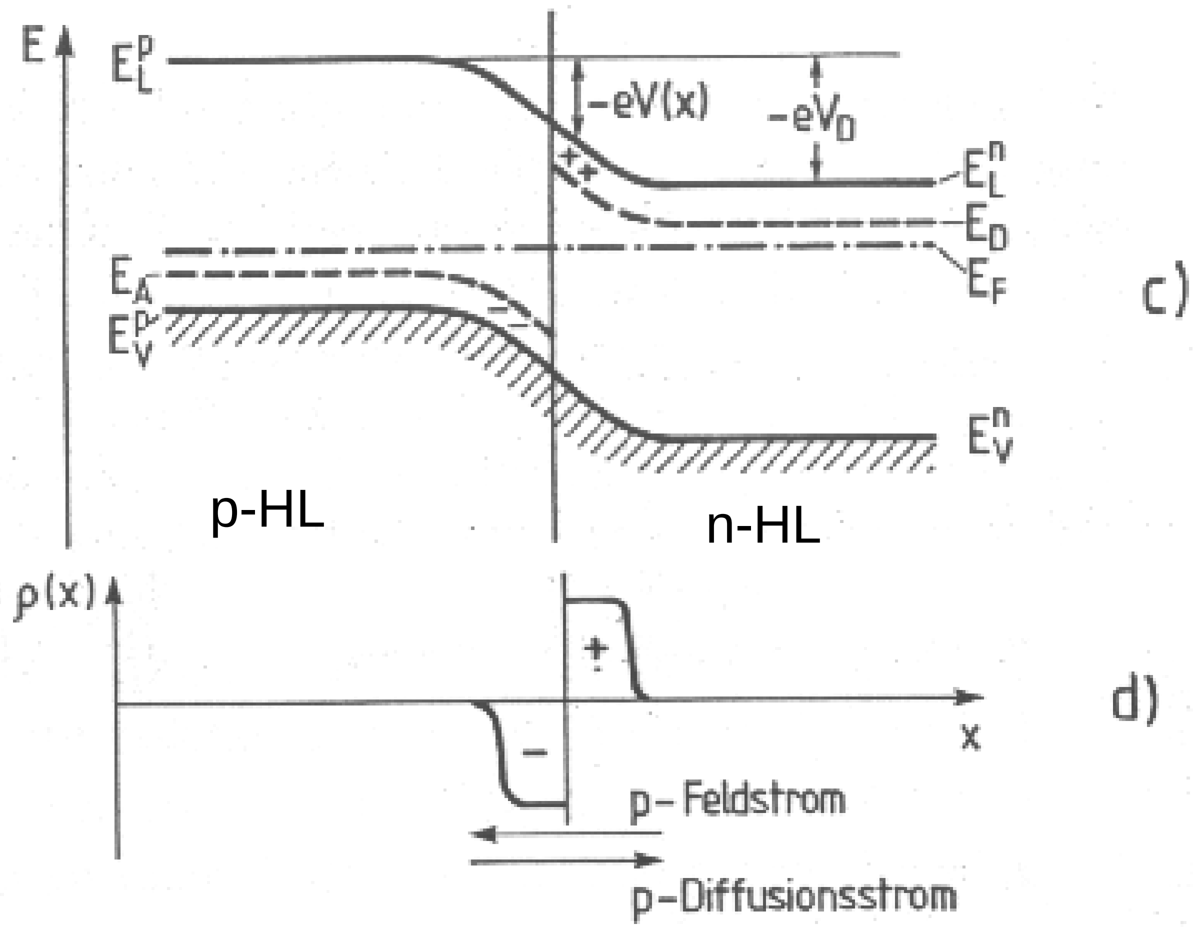
# Kurzwiederholung p-n-Übergang: Bandverlauf

keine äußere Spannung => thermodynamisches Gleichgewicht
=> $E_F$ = konstant




=> Bandkrümmung und Raumladung

# Kurzwiederholung p-n-Übergang: Raumladung



# Kurzwiederholung p-n-Übergang: Raumladung

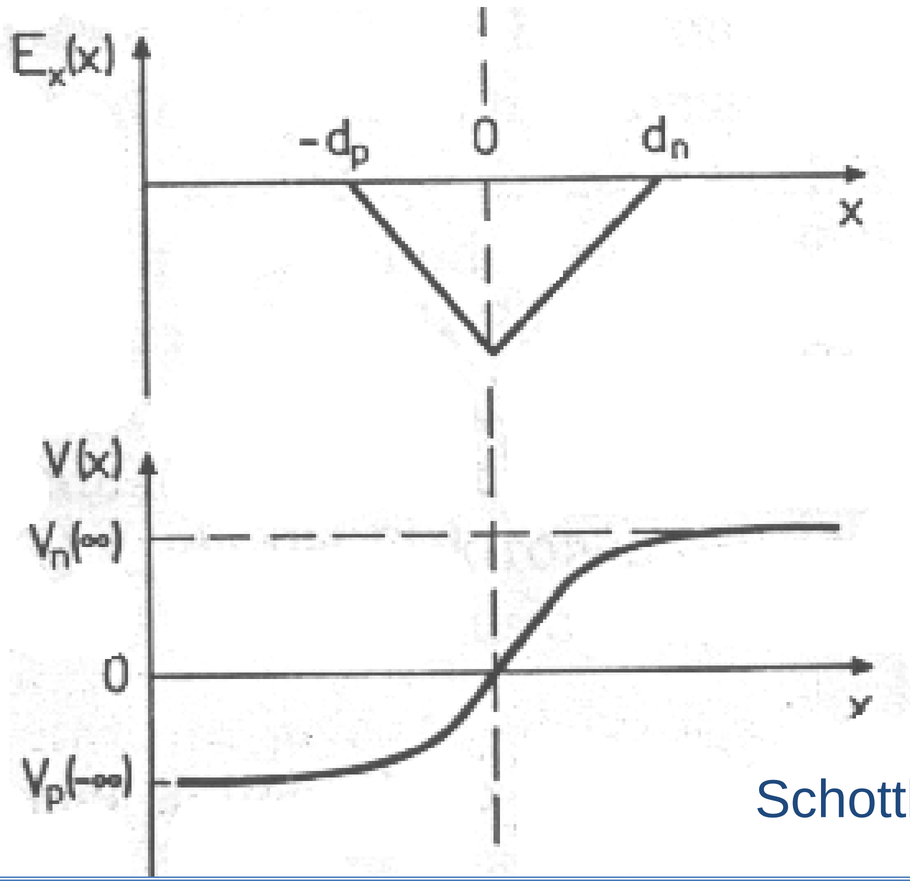
- Raumladung = ortsfeste Ladungsträger, keine beweglichen Träger
- Raumladungszone = Verarmungszone = hoher Widerstand
- Ladung über Poisson-Gleichung mit Bandkrümmung verknüpft
- positive Ladung = Band linksgekrümmt („positive Krümmung“)
  negative Ladung = Band rechtsgekrümmt („negative Krümmung“)

# Kurzwiederholung p-n-Übergang: eingebautes Feld

- In jedem Bereich, wo E nicht konstant, gibt es ein eingebautes Feld
- elektrisches Feld $\mathrm{E}$ ist der Gradient der Energie E
- Eingebaute Feldstärken für p-n-Übergang beträchtlich ($10^4$ V/cm)
- Eingebautes Feld zeigt vom n-dotiert nach p-dotiert

# Kurzwiederholung p-n-Übergang: Raumladungszone

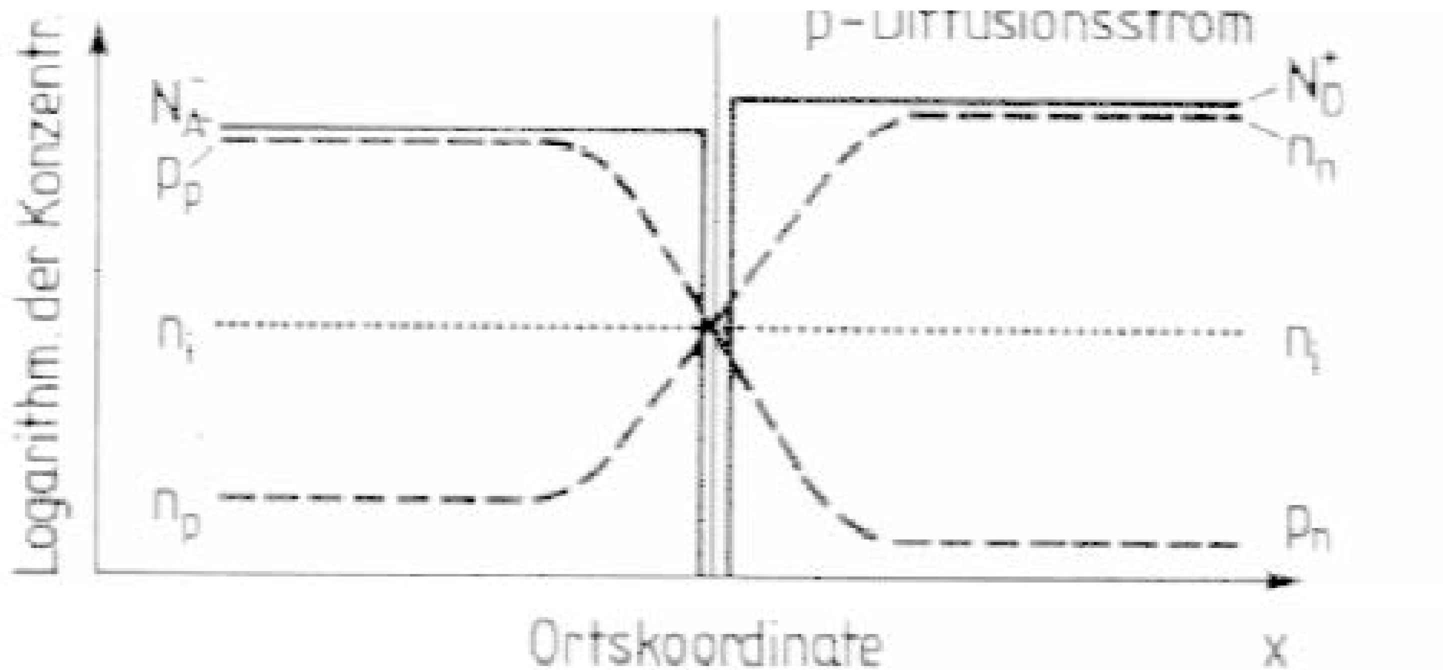
$$d_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 V_D}{e} \frac{N_A / N_D}{N_A + N_D}}, \qquad d_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 V_D}{e} \frac{N_D / N_A}{N_A + N_D}}$$




- Feld linear in x
- Potenzial quadratisch in x
- Elektronenenergie = -eV

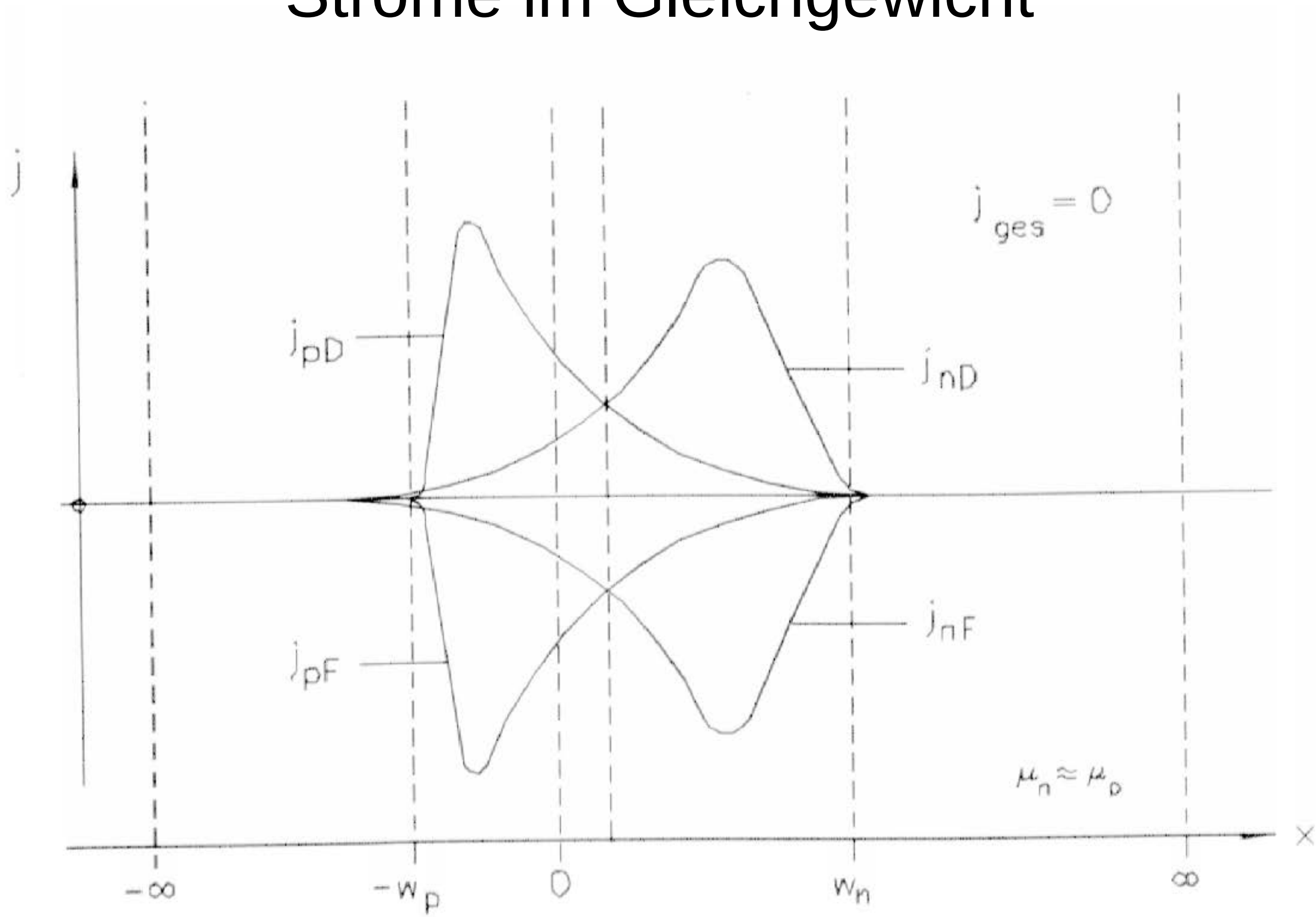
Schottky-Modell

# Ladungsträgerkonzentration im Gleichgewicht




- Man beachte die logarithmische Skala
- Zwischen Minoritäts- und Majoritätsträgerkonzentration liegen viele Größenordnungen

# Ströme im Gleichgewicht



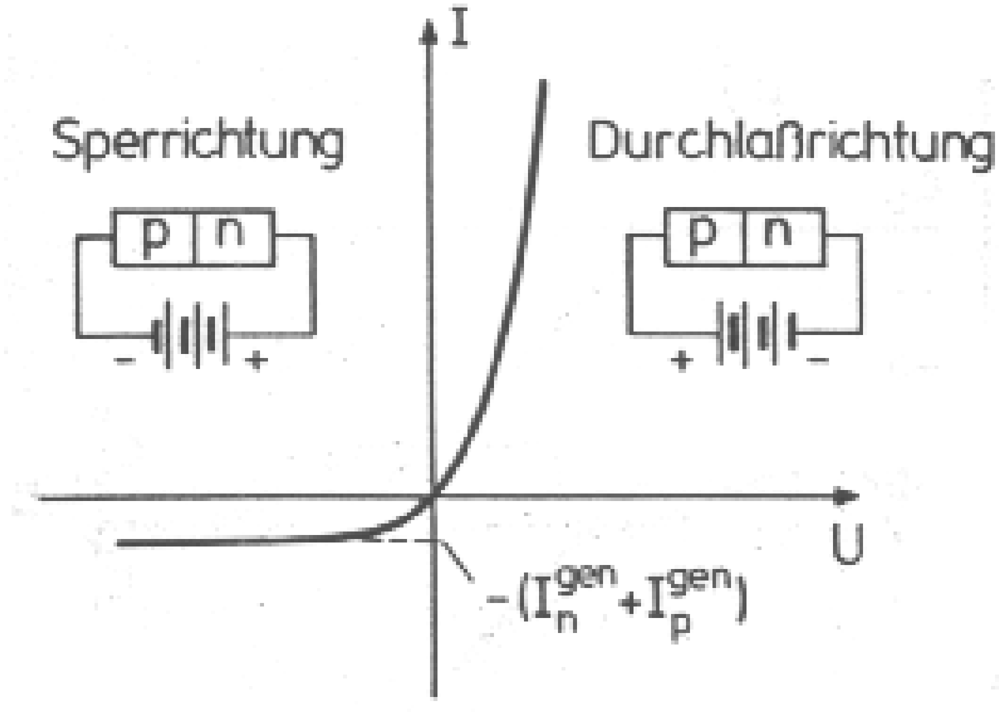

Diffusions- und Feldstrom addieren sich individuell für $e^-$ und h für jedes x zu Null!

# Verarmungslänge unter Spannung

$$d(V) = d_p + d_n = (d_n(0) + d_p(0))\sqrt{V_d - V}$$

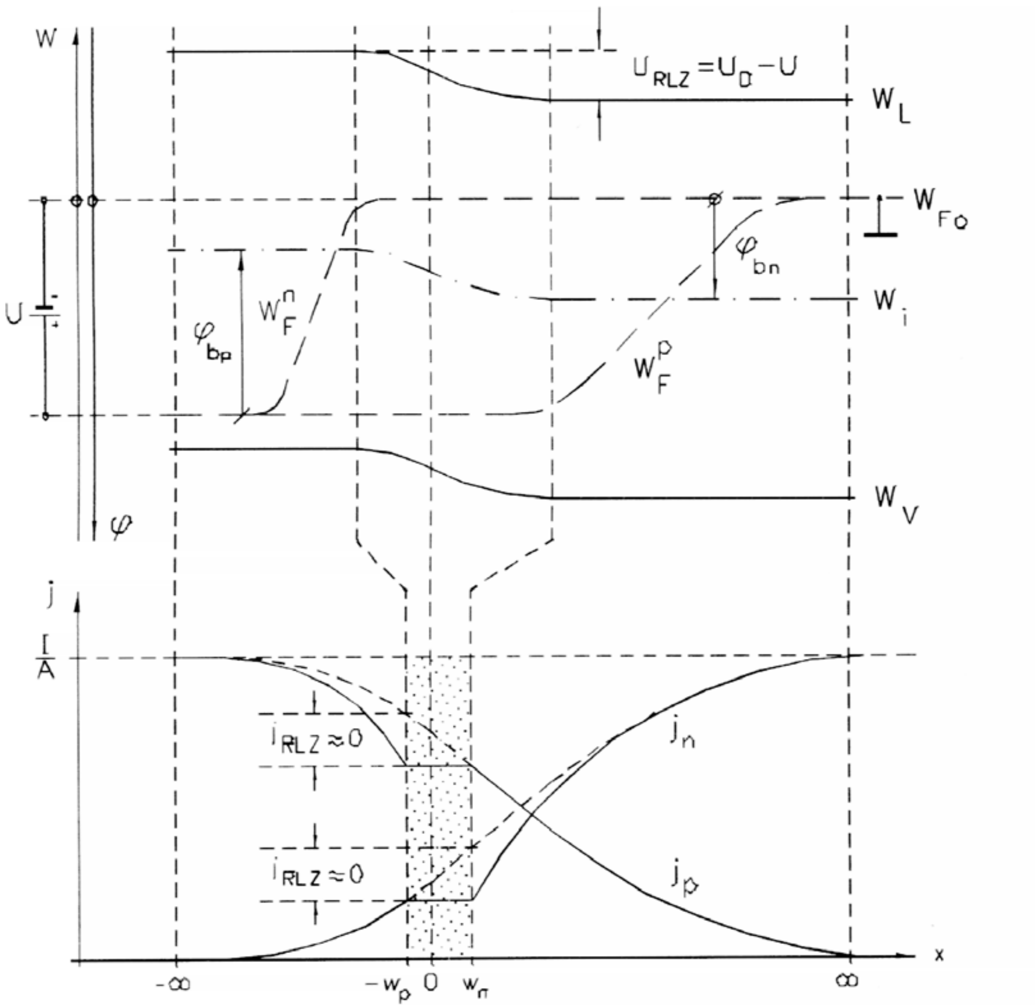
- Verarmungslänge wächst etwa mit Wurzel V (Sperrrichtung)
- Feld wächst auch mit Wurzel V (Sperrrichtung)
- In Vorwärtsrichtung wird die Verarmungslänge 0 bei $V_d$ (Flachbandfall)

# Kennlinie für den idealen p-n-Übergang




$$I = I_S\left(e^{\frac{eV}{kT}} - 1\right),\ I_S = \left(I_n^{gen} + I_p^{gen}\right)$$

# Kennlinie für den idealen p-n-Übergang




- Quasineutralität in den Bahngebieten
- Schwache Injektion:
  - $\phi_n$, $\phi_p$ konstant in der Raumladungszone
  - $\tau_n$,$\tau_p$ konstant
- keine Rekombination/ Generation in der RLZ
- Shockley-Modell

# Kennlinie für den idealen p-n-Übergang

Die Strom-Spannungs (I-V-) Charakteristik eines pn-Übergangs wurde von W. Shockley hergeleitet und wird als Shockley-Gleichung bezeichnet. Für eine Diode mit der Querschnittsfläche A ergibt sich

$$\boxed{I = q \cdot A \cdot \left( \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \cdot \frac{n_i^2}{N_D} + \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \cdot \frac{n_i^2}{N_A} \right) \cdot \left( e^{qV/kT} - 1 \right)}$$

Wobei $D_{n,p}$ die e und h Diffusionskonstanten und $\tau_{n,p}$ die Minoritätsladungsträger-lebensdauern sind.

Unter Sperrbedingung sättigt der Diodenstrom und ist durch den Vorfaktor der Exponentialfunktion gegeben:

$$\boxed{I = I_s \cdot \left( e^{qV/kT} - 1 \right)} \quad \text{mit} \quad \boxed{I_S = q \cdot A \cdot \left( \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \cdot \frac{n_i^2}{N_D} + \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \cdot \frac{n_i^2}{N_A} \right)}$$

Shockley-Modell beschreibt nicht alle Dioden quantitativ gut, was vor allem an der Vernachlässigung des Rekombinationsstroms in der RLZ liegt.

# Kennlinie für den realen p-n-Übergang: Idealitätsfaktor

Zur Beschreibung experimenteller I-V-Charakteristiken wird oft verwendet:

$$I = I_s \cdot \left( e^{qV/(n_{ideal} kT)} - 1 \right)$$

$n_{ideal}$ .. Idealitätsfaktor

- Theoretisch $n_{ideal}$ = 1 ohne Rekombination in der RLZ
- Theoretisch $n_{ideal}$ = 2 wenn Rekombinationsstrom dominant
- Experimentell findet man 1-2 für As- und P-Verbindungshalbleiter
- für Nitride auch bis 7

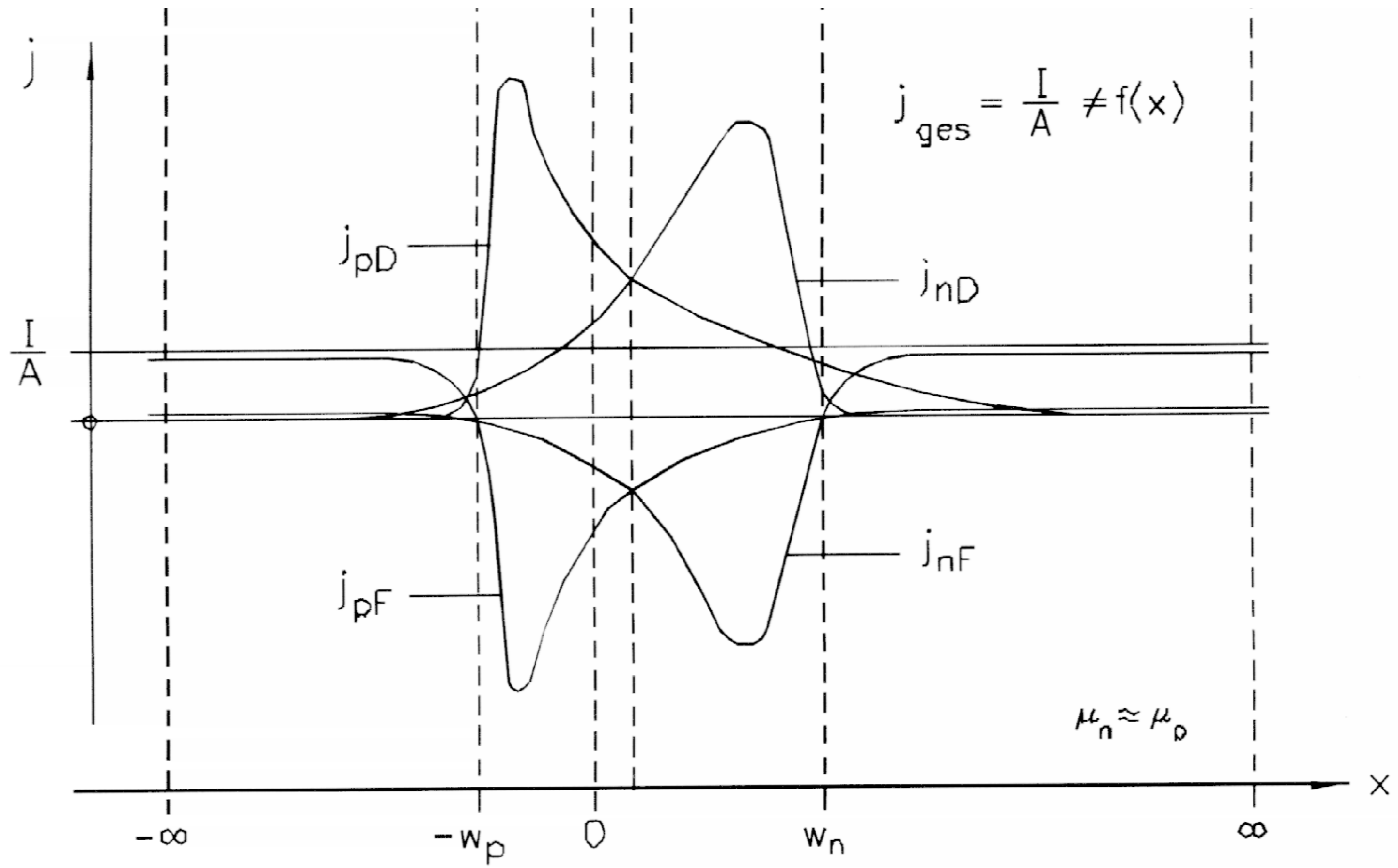
# Kennlinie für den idealen p-n-Übergang: Vorwärtsrichtung

Unter typischen Vorwärtsbedingen V >> kT/q und unter Verwendung von der Definition von $V_D$ erhält man für den Vorwärtsstrom:

$$\boxed{I = q \cdot A \cdot \left( \sqrt{\frac{D_p}{\tau_p}} \cdot N_A + \sqrt{\frac{D_n}{\tau_n}} \cdot N_D \right) \cdot e^{q(V - V_D)/kT}}$$

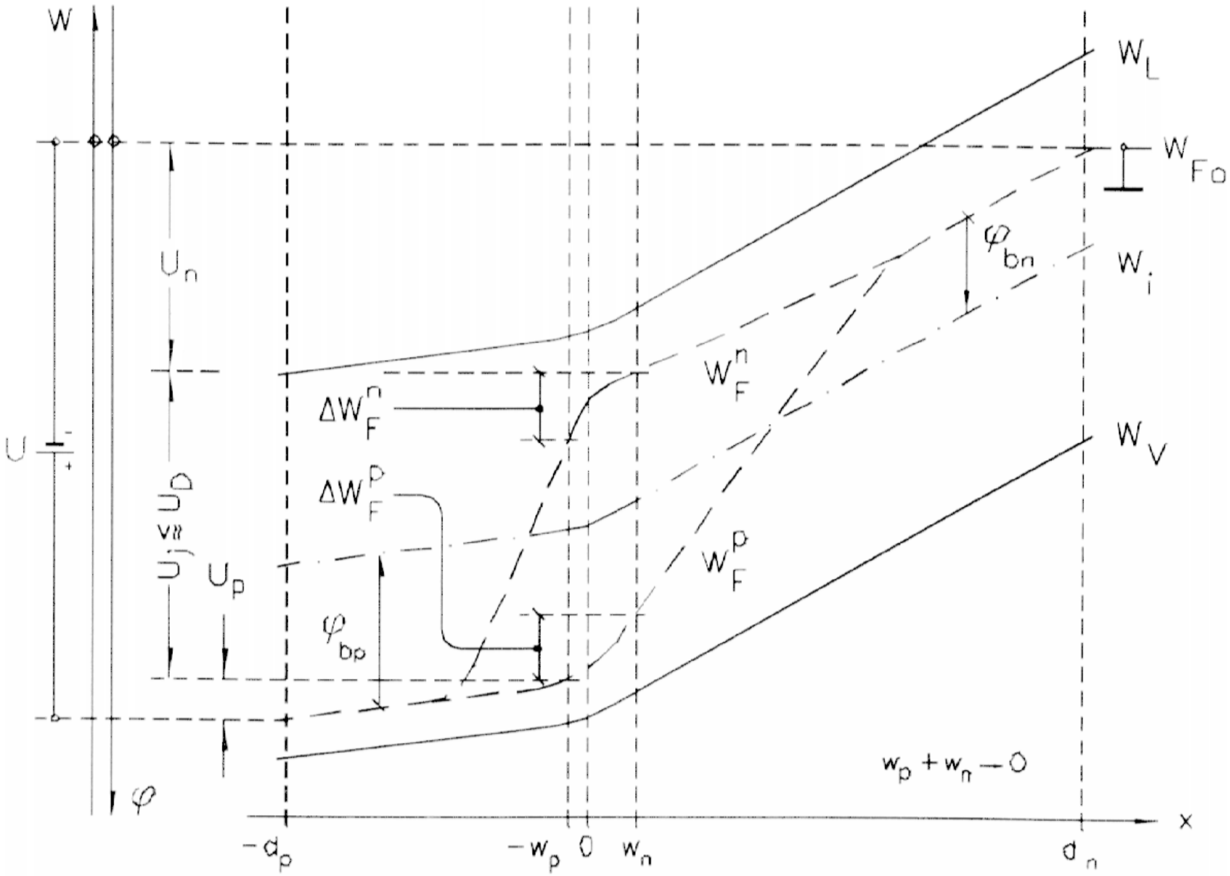
Die Spannung bei der der Strom stark zunimmt wird als Schwellspannung $V_{th} \sim V_D$ bezeichnet.

# Vorwärtsrichtung Ströme



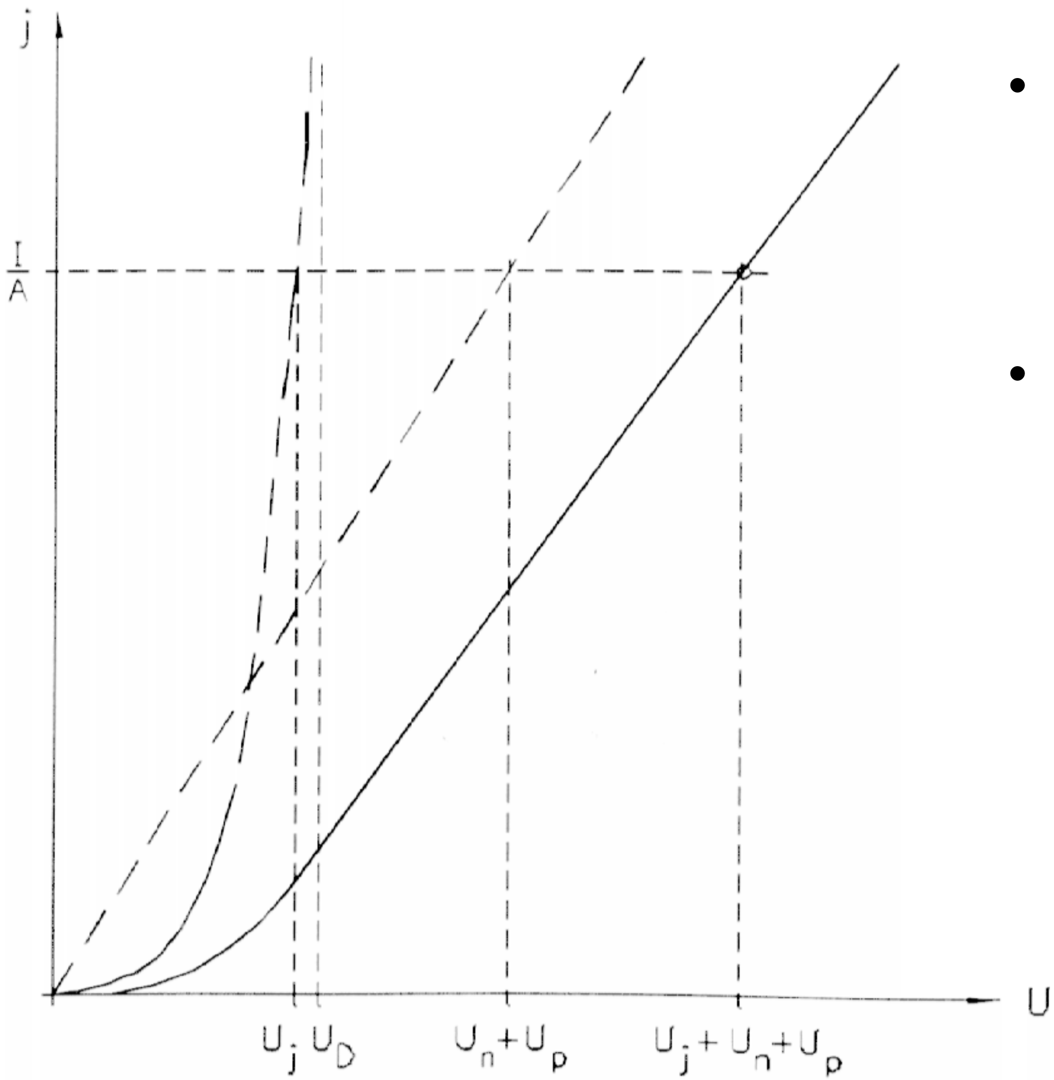

Beachte: $j_{ges}=j_{p,D}+ j_{n,D} +j_{p,F} +j_{n,F}=$ const. gilt überall

# Hohe Vorwärtsströme



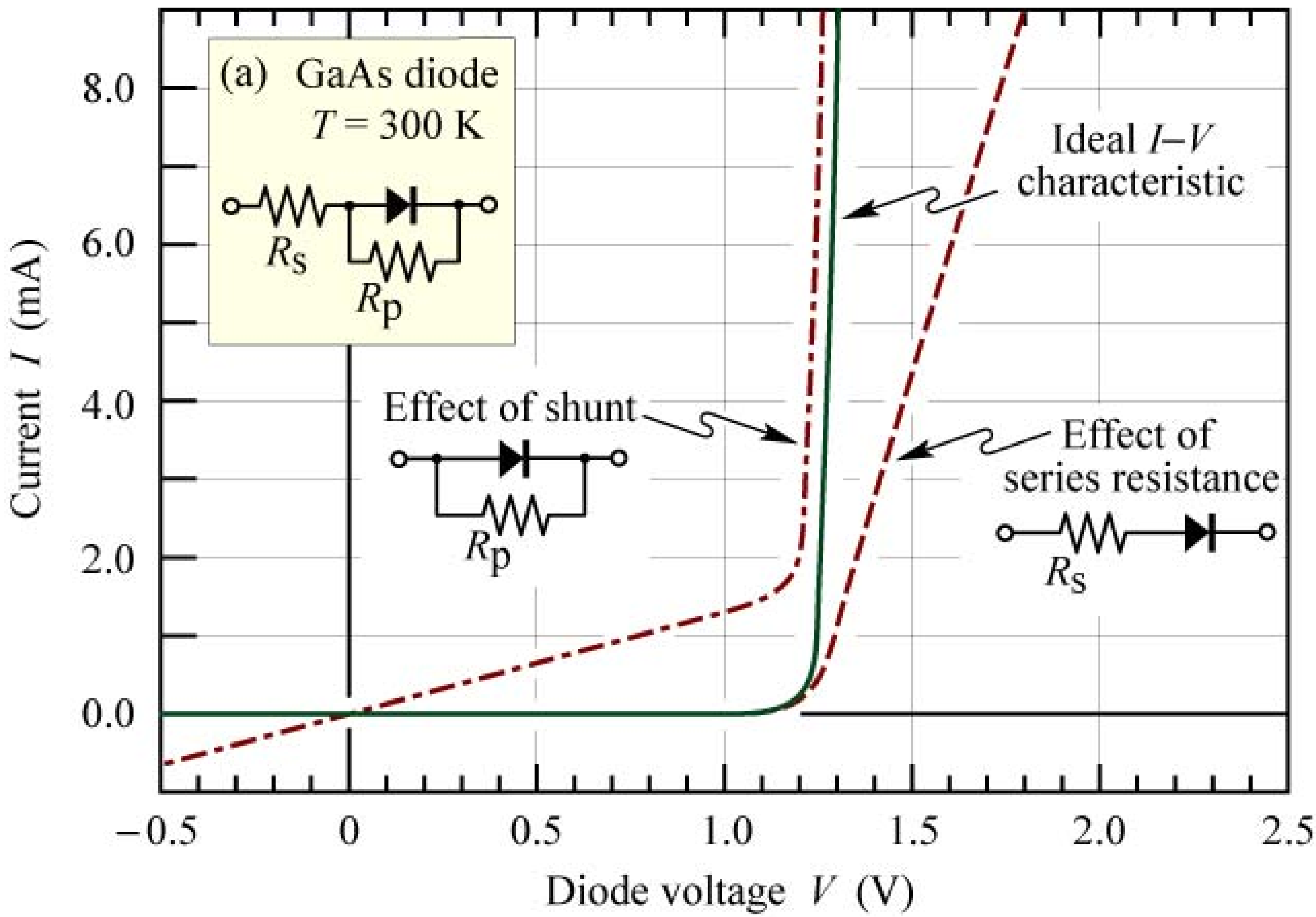

- Shockley-Modell nicht mehr anwendbar
- Spannungsabfall über Diode geht asymptotisch gegen $V_D$
- Widerstand in den Bahngebieten beeinflusst Kennlinie

# Bahnwiderstand



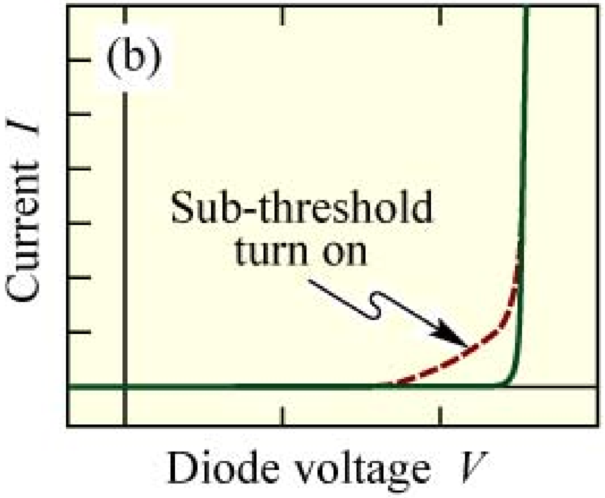

- Für hohe Vorwärtsströme begrenzt der Widerstand der Bahngebiete den Strom!
- Bahnwiderstand sollte möglichst klein sein, damit wenig Leistung dissipiert

# Reale Diode



(a) GaAs diode
$T$ = 300 K
$R_S$
$R_P$
Ideal $I$–$V$ characteristic
Effect of shunt
$R_P$
Effect of series resistance
$R_S$
8.0
6.0
4.0
2.0
0.0
Current $I$ (mA)
−0.5
0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
Diode voltage $V$ (V)

# Reale Diode




I-V Kennlinie mit einem klar erkennbaren Einschaltverhalten unterhalb der Einschaltspannung. Dieser Effekt kann durch Defekte oder Oberflächenzustände bewirkt werden.

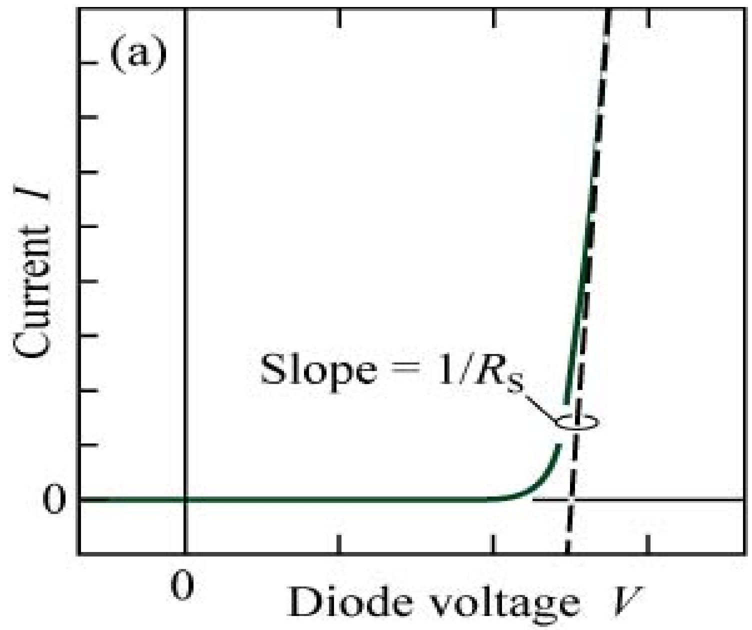
Mit Serien- und Leckströmen:

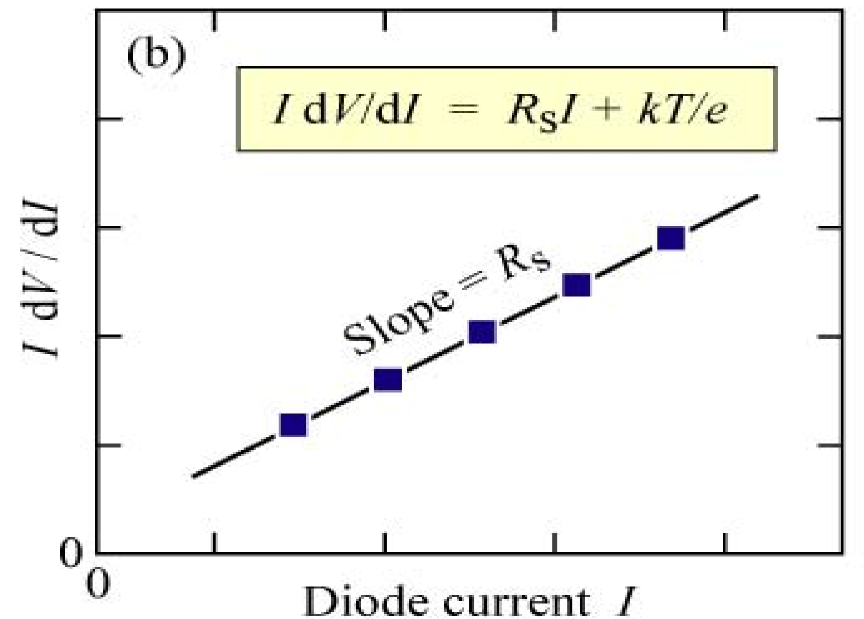
$$\boxed{I - \frac{(V - I \cdot R_S)}{R_P} = I_s \cdot \left( e^{q(V - IR_S)/(n_{ideal} kT)} - 1 \right)}$$

# Bestimmung des Serienwiderstandes $R_S$

Für Dioden mit großen $R_P$ gilt $$I = I_s \cdot \left( e^{q(V-IR_S)/(n_{ideal}kT)} - 1 \right)$$

Auflösen der Gleichung nach V und differenzieren nach I liefert: $$\frac{dV}{dI} = R_S + \frac{n_{ideal}kT}{q} \cdot \frac{1}{I}$$



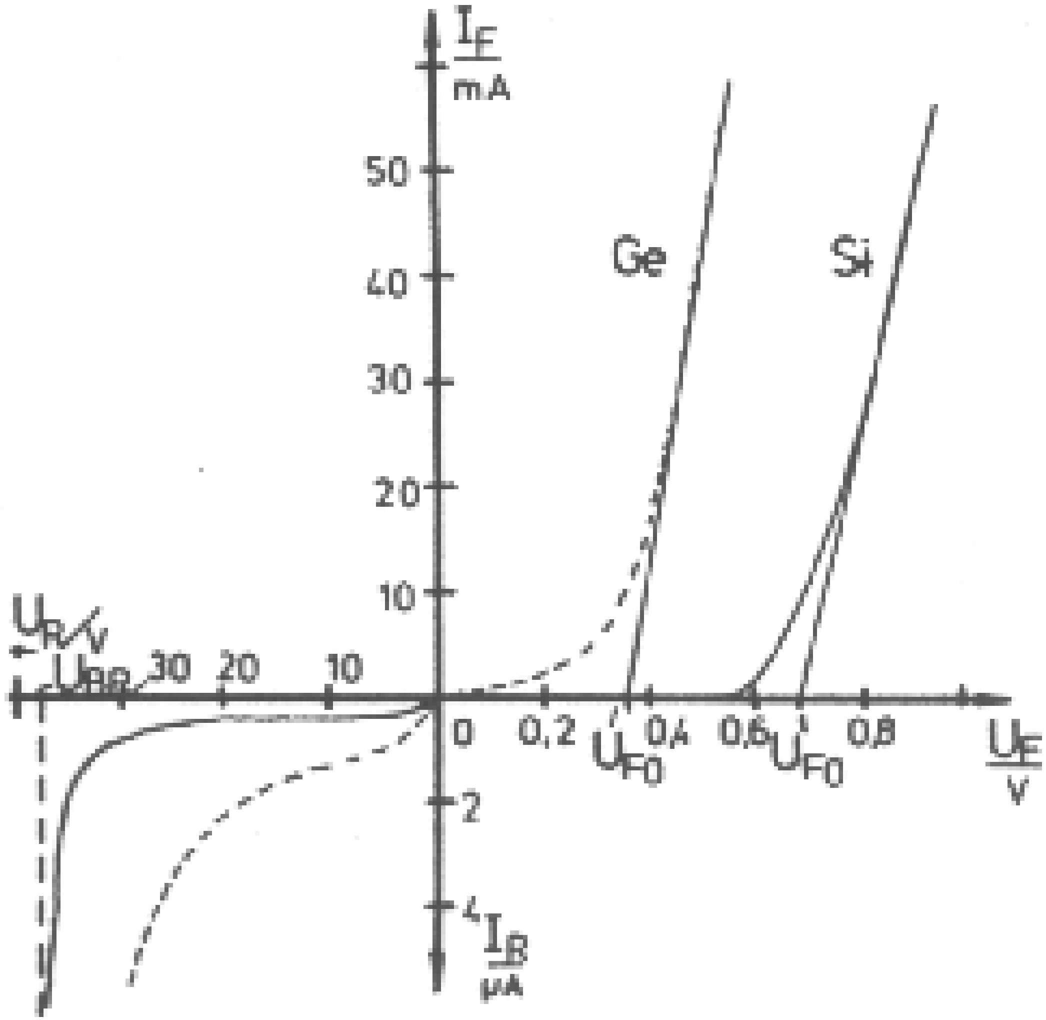




Methoden zur Bestimmung des Serienwiderstandes:

a) die Tangente für $V > V_{th}$ liefert $R_s$ ($R_s$ dominiert)

b) die Gleichung im Inset ist gültig auch wenn die Kennlinie nicht linear ist

# Kniespannung

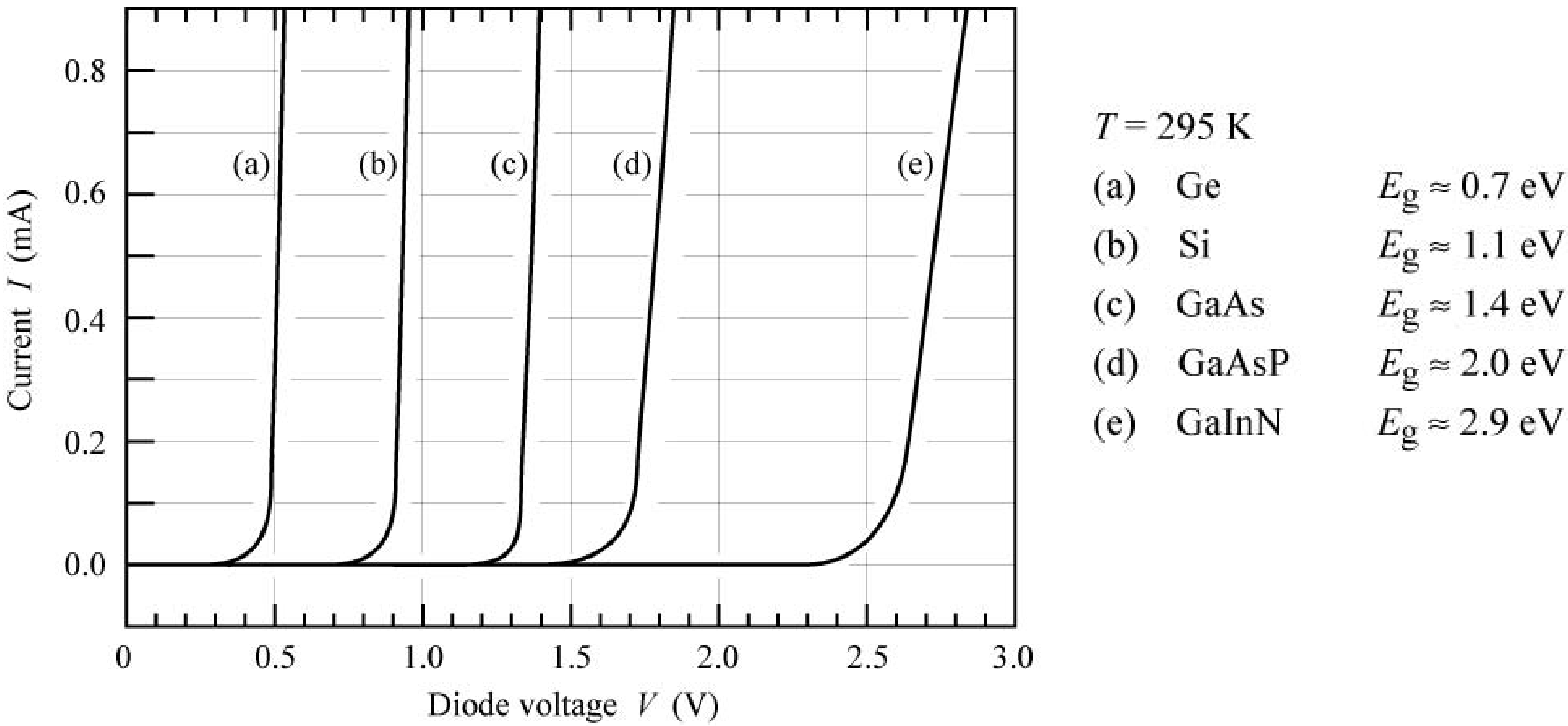



- Kniespannung = Schwellspannung = Schleusenspannung = Fluss-Spannung =$V_K$
- ab $V_K$ fließt nennenswerter Strom durch die Diode
- Kniespannung hängt von der Dotierung ab

# Kniespannung

Für hohe Dotierungen, wie bei LEDs, gilt

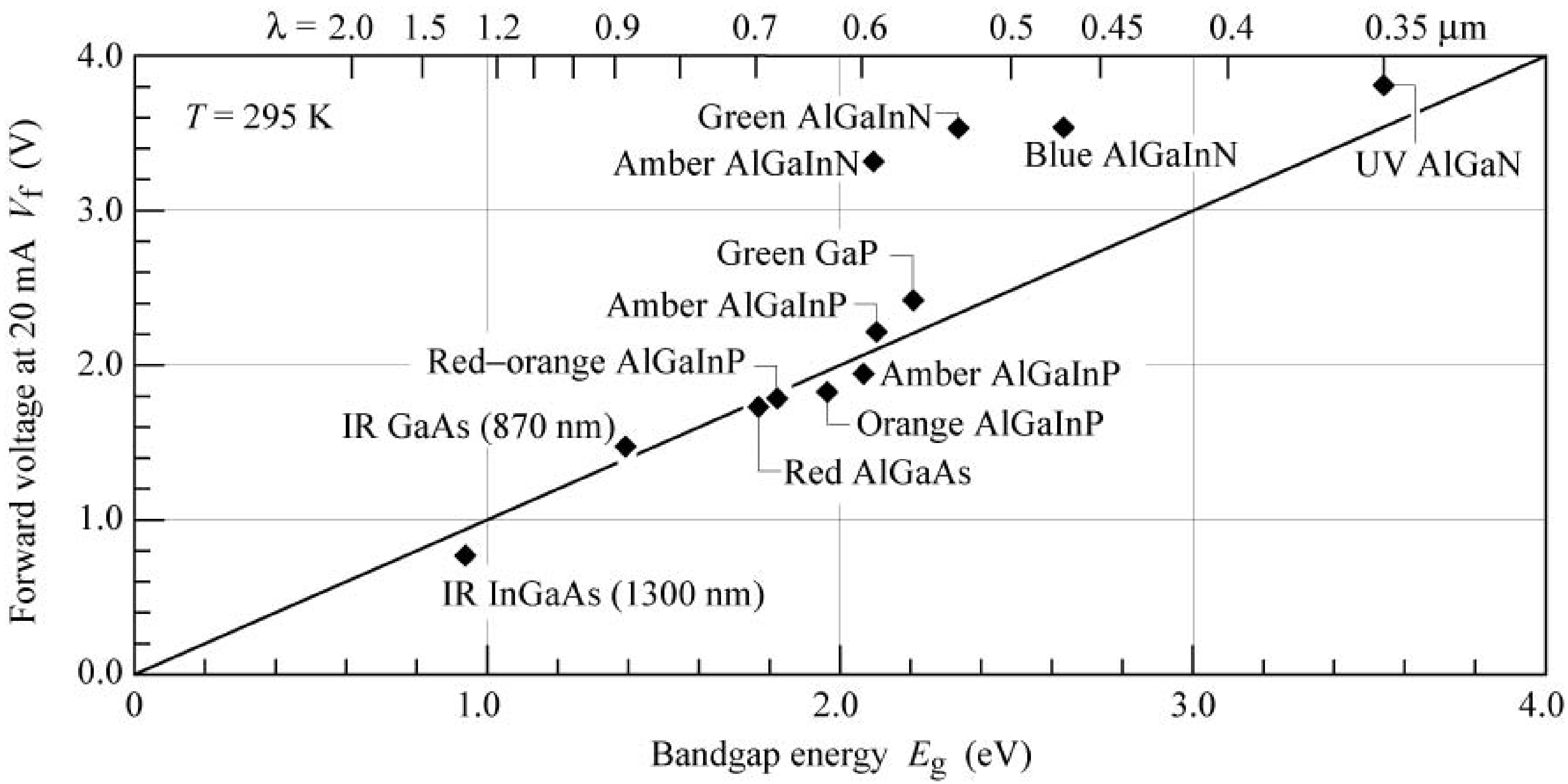
$$\boxed{V_{th} = V_K \approx V_D \approx \frac{E_G}{q}}$$



# Kniespannung vs. Bandlücke

Für hohe Dotierungen, wie bei LEDs, gilt

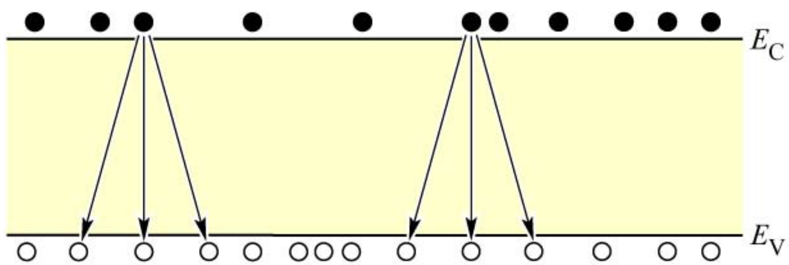
$$\boxed{V_{th} = V_K \approx V_D \approx \frac{E_G}{q}}$$



# Lichterzeugung mit p-n-Übergang: LED

Die LED ist eine in Vorwärtsrichtung gepolte p-n-Diode bei der Elektronen und Löcher in einen Bereich injiziert werden, wo sie **rekombinieren**. Im Allgemeinen kann jetzt dieser Elektron- Lochrekombinationsprozess strahlend oder nicht-strahlend erfolgen.

Elektronen n




Löcher p

Rekombinationsrate:

$$\boxed{R \propto n \cdot p}$$

Unter der Bedingung von Minoritätsladungsträgerrekombination können jetzt Lebendauern für die Ladungsträger definiert werden, und zwar

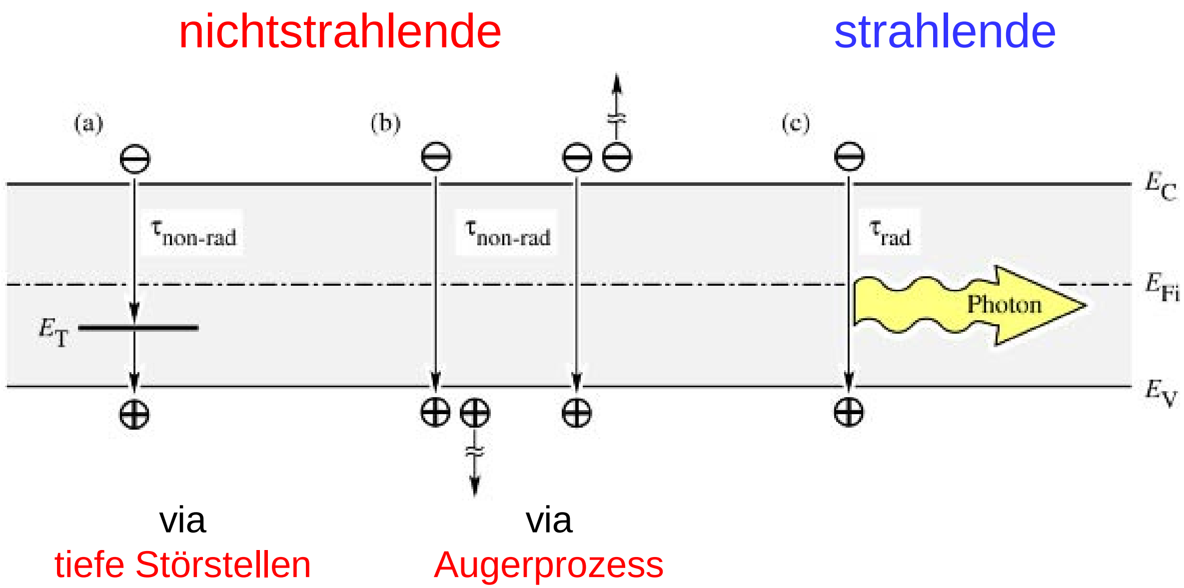
$\tau_r$ … für strahlende Lebensdauer

$\tau_{nr}$ … für nichtstrahlende Lebensdauer

Die totale Rekombinationszeit $\tau_n$ ergibt sich zu:

$$\boxed{\frac{1}{\tau_n} = R = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nr}}}$$

# strahlende-nichtstrahlende Rekombination



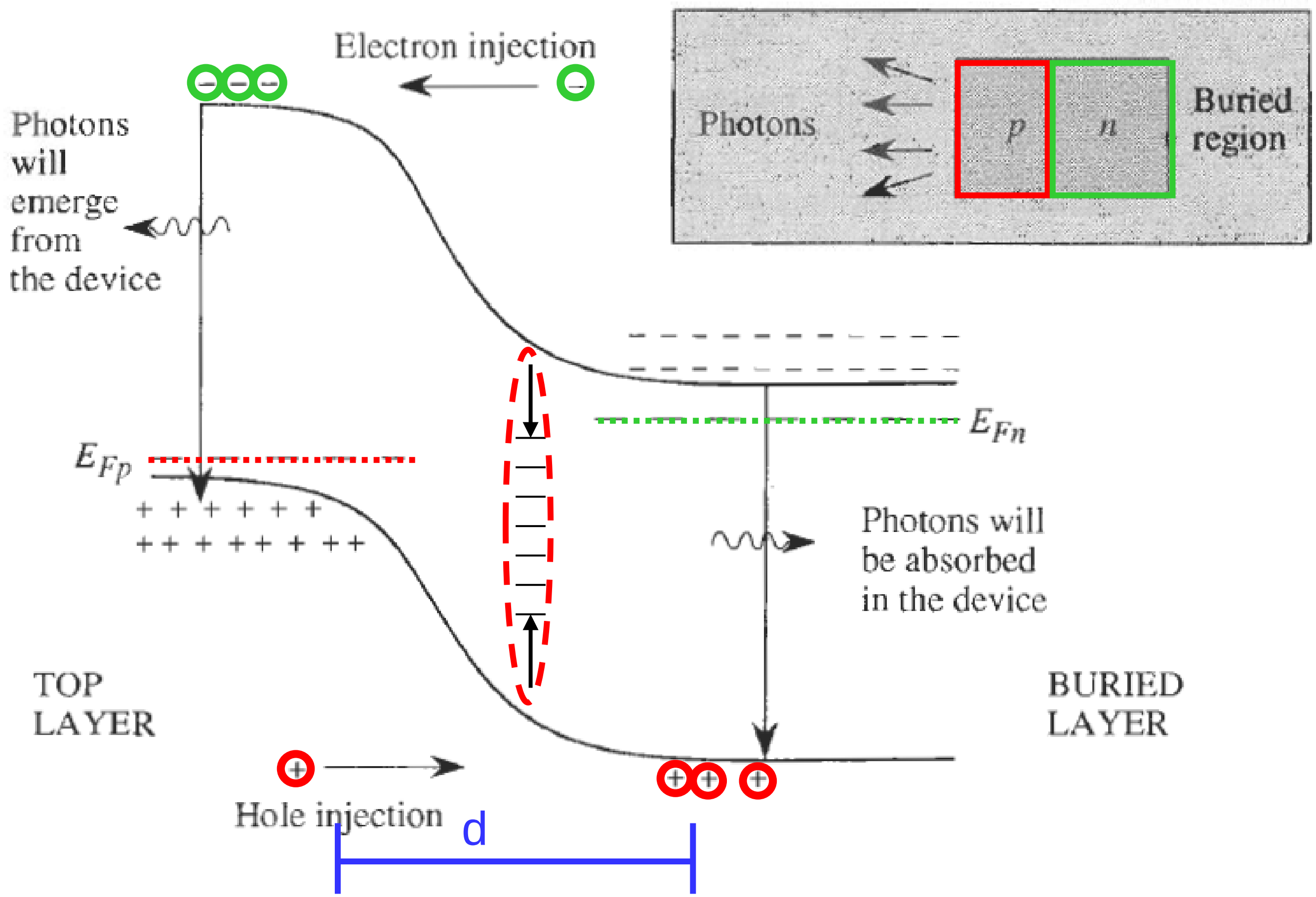

Die interne Quantenausbeute (internal quantum efficiency) $\eta_{Qr}$ für den strahlenden Prozess wird somit definiert durch

$$\boxed{\eta_{Qr} = \frac{\frac{1}{\tau_n}}{\frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_{nr}}} = \frac{1}{1 + \frac{\tau_r}{\tau_{nr}}}}$$

In direkten Halbleitern guter Qualität ist die interne Effizienz in der Nähe von 1.
In indirekten Materialien ist die Ausbeute in der Größenordnung von 1/100 – 1/1000.

# strahlende-nichtstrahlende Rekombination

- Für eine LED oder LD muss die strahlende Rekombination so weit wie möglich dominieren.
- Die Photonen müssen die LED verlassen können!!



# Ladungsträgerinjektion

Der Vorwärtsstrom einer p-n Diode besteht im Allgemeinen aus 3 Komponenten

a) Minoritätsladungsträgerelektronendiffusionsstrom $J_n$
b) Minoritätsladungsträgerlöcherdiffusionsstrom $J_p$
c) Störstellenassistierter Rekombinationsstrom $J_{GR}$

in der Verarmungszone W. Dafür gelten folgende Beziehungen

$$J_n = \frac{e \cdot D_n \cdot n_p}{L_n} \cdot \left[ \exp\left( \frac{eV}{k_B T} \right) - 1 \right]$$

$$J_p = \frac{e \cdot D_p \cdot p_n}{L_p} \cdot \left[ \exp\left( \frac{eV}{k_B T} \right) - 1 \right]$$

$$J_{GR} = \frac{e \cdot n_i \cdot W}{2 \cdot \tau} \cdot \left[ \exp\left( \frac{eV}{2 k_B T} \right) - 1 \right]$$

$n_i$…intrinsische Ladungsträgerkonzentration
$n_p$.. Elektronenkonzentration im p-Gebiet
$p_n$.. Löcherkonzentration im n-Gebiet
$D_n$,$D_p$.. Diffusionskoeffizient der e und h
(Einsteinbeziehung $\mu_{n,p} = \frac{e}{k_B T} D_{n,p}$)
$L_n$,$L_p$…Diffusionslänge der Minoritätsladungsträger ( $L_{n,p} = \sqrt{D_{n,p} \cdot \tau_{n,p}}$)
$\tau$….die Rekombinationszeit in der Verarmungszone ist von der Störstellendichte abhängig ( $\tau = \frac{1}{N_T \cdot v_{th} \cdot \sigma}$ )
W.. Verarmungszone

Beachte: $J_{GR}$ ist zwar ein Rekombinationsstrom, aber er geht über **nicht-strahlende** Übergänge!! Er trägt nicht zur Lichtemission bei!

# Ladungsträgerinjektion

- Minoritätsladungsträgerrekombination führt zur Emission von Photonen
- Entweder Elektronen im p-Bereich oder Löcher im n-Bereich
- Photonen, die tief im Halbleiter erzeugt werden haben eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit wieder absorbiert zu werden. Nicht gut!
- Möglichst viel des Gesamtstroms in die obere Lage injizieren! Der Gesamtstrom durch die LED sollte möglichst nur aus einer Diffusionsstromsorte bestehen!

Gewöhnlich ist die oberste Schicht einer LED p-typ, und für Photonen die aus dieser Schicht emittiert werden, ist erforderlich, dass der Diodenstrom vom Elektronendiffusionsstrom dominiert wird (dh. $J_n >> J_p$)

# Injektionseffizienz

Gewöhnlich ist die oberste Schicht einer LED p-typ, und für Photonen die aus dieser Schicht emittiert werden, ist erforderlich, daß der Diodenstrom vom Elektronen-diffusionsstrom dominiert wird (dh. $J_n >> J_p$)

Das Verhältnis von Elektronenstromdichte zur Gesamtstromdichte wird auch als Injektionseffizienz $\gamma_{inj}$ bezeichnet.

$$\boxed{\gamma_{inj} = \frac{J_n}{J_n + J_p + J_{GR}}}$$

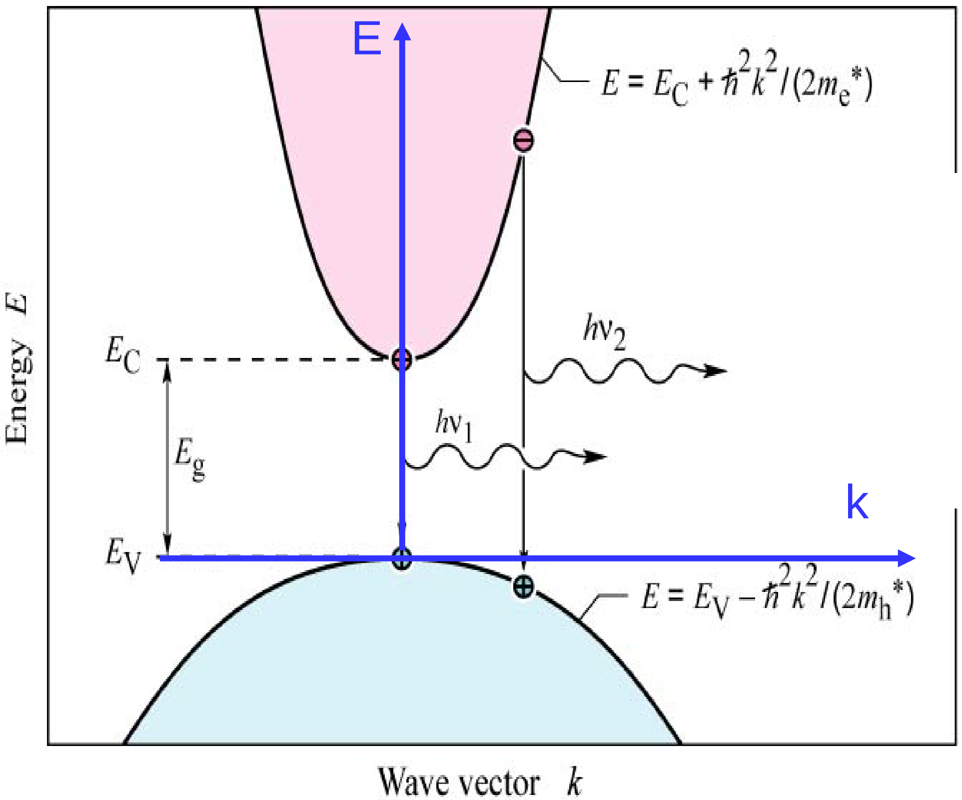
Für eine $pn^+$-Diode gilt, daß $n_p >> p_n$ und damit - wie aus obiger Gleichung ersichtlich ist – ist $J_n >> J_p$. Ist zusätzlich das Material von hoher Qualität, dann ist auch der Rekombinationsstrom $J_{GR}$ klein und die interne Effizienz nähert sich eins!

Sind die Minoritätsladungsträger (Elektronen) einmal in den dotierten neutralen Bereich injiziert, dann rekombinieren dort die Elektronen und Löcher und erzeugen Photonen oder rekombinieren nichtstrahlend (z. B. via Defekte).

Im Prinzip könnte auch $J_p$ dominieren, aber i. d. R. $D_n > D_p$ !!

# Strahlende Rekombination

Strahlende Prozesse sind im E-k-Phasenraum praktisch vertikale Übergänge, d.h. der k-Wert (= Impuls) eines Elektrons im Leitungsband ist gleich dem k-Wert des Loches im Valenzband.




Es gilt natürlich Energieerhaltung. Zusammenhang zwischen Photonen-energie und Elektronen- bzw. Löcherenergien:

$$\hbar\omega - E_g = \frac{\hbar^2 k^2}{2} \cdot \left[ \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \right] = \frac{\hbar^2 k^2}{2 \cdot m_r^*}$$

wobei $m_r^*$ die reduzierte effektive Masse ist mit

$$\frac{1}{m_r^*} = \left[ \frac{1}{m_e^*} + \frac{1}{m_h^*} \right]$$

# Strahlende Rekombinationsrate

Die Elektronen- bzw. Löcherenergien können damit mit der Photonenenergie $\hbar\omega$ ausgedrückt werden durch

$$\boxed{\begin{aligned} E^e &= E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2 \cdot m_e^*} = E_c + \frac{m_r^*}{m_e^*}\left(\hbar\omega - E_g\right) \\ E^h &= E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2 \cdot m_h^*} = E_v - \frac{m_r^*}{m_h^*}\left(\hbar\omega - E_g\right) \end{aligned}}$$

Ist ein Elektron im Zustand k und ein Loch ebenfalls im Zustand k (d.h. die Besetzungs- oder Fermifunktion der Elektronen bzw. Löcher $f^e(k) = f^h(k) = 1$), dann ist die strahlende Rekombinationsrate $W_{em}$ durch folgende Gleichung gegeben

$$\boxed{W_{em} = \frac{1}{\tau_0} = \frac{e^2 \cdot n_r \cdot \hbar\omega}{3\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_0^2 \cdot c^3 \cdot \hbar^2} \cdot \left|p_{CV}\right|^2}$$

$n_r$….Brechungsindex
$m_0$.. Elektronenmasse
$p_{CV}$..Impulsmatrixelement zwischen Leitungsband und Valenzband
$\varepsilon_0$.. .Dielektrizitätskonstante

# Strahlende Rekombinationsrate

$W_{em}$ = strahlende Rekombinationsrate
= strahlende Emissionsrate (gibt auch die Rate an mit er der Photonen emittiert werde)

$$\boxed{W_{em} = \frac{1}{\tau_0} = \frac{e^2 \cdot n_r \cdot \hbar\omega}{3\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_0{}^2 \cdot c^3 \cdot \hbar^2} \cdot \left| p_{CV} \right|^2}$$

- Für große Photonenenergien steigt $W_{em}$ aber alles in einer Größenordnung
- $p_{CV}$ variiert auch nur leicht
- Einheit ist $s^{-1}$

# Impulsmatrixelement $p_{CV}$

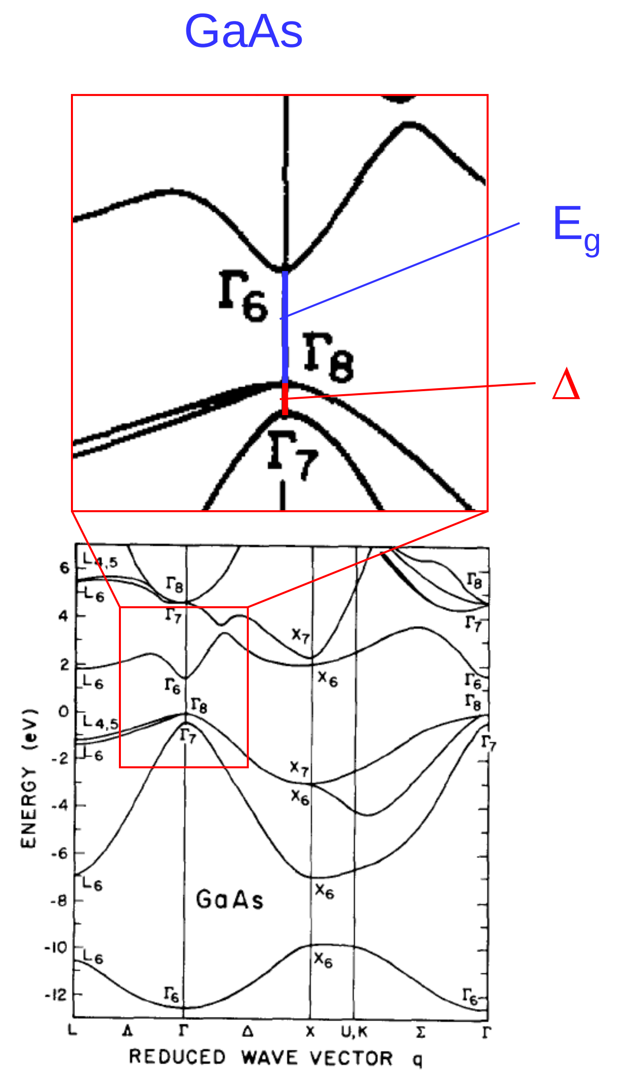
Es hat sich herausgestellt, das $p_{CV}$ nicht stark von unterschiedlichen Halbleitern abhängig ist und einen Wert hat, für den gilt

$$E_p = \frac{2 \cdot |p_{CV}|^2}{m} \cong 22\ eV$$

Aus der k.p-Theorie folgt:

$$E_p = \left( \frac{m_0}{m^*} - 1 \right) \cdot \frac{E_g \cdot (E_g + \Delta)}{E_g + \frac{2}{3} \cdot \Delta}$$

mit $\frac{1}{m_e^*} \approx \frac{1}{m_0} + \frac{2|p_{CV}|^2}{E_g}$




Für verschiedene Halbleiter:

| HL | $E_p$ (eV) |
|---|---|
| GaAs | 25.7 |
| InP | 20.4 |
| InAs | 22.2 |
| CdTe | 20.7 |
| | |
| GaN | 16.0 |
| InN | 12.0 |

# Spontane Rekombinationsrate

Für GaAs ergibt sich damit mit $n_r$ = 3.5 für die Emissionsrate

$$\boxed{W_{em} \sim 1.14 \times 10^9 \times \hbar\omega\ (eV)\ \ [s^{-1}]}$$

Und die Rekombinationszeit $\tau_0$ ergibt sich zu

$$\boxed{\tau_0 = \frac{1}{W_{em}} = \frac{0.88}{\hbar\omega(eV)}[ns] = 0.62\ ns}$$

GaAs $\hbar\omega$=1.42 eV bei RT

Die bis jetzt diskutierte Rekombinationszeit ist die kürzest mögliche spontane Emissionszeit, da wir angenommen haben, daß die Elektronen immer ein entsprechendes Loch beim selben k-Wert finden.

Tatsächlich wird aber die Besetzungswahrscheinlichkeit der Elektronen und Löcherzustände durch Quasi-Ferminiveaus beschrieben.

Der e-h Rekombinationsprozess wird durch die spontane Emission bestimmt, der impliziert, dass die Photonendichte relativ niedrig ist, sodass stimulierte Emission vernachlässigt werden kann (emittierten Photonen verlassen das Volumen des aktiven Bauelements => die Photonendichte im e-h-Rekombinationsbereich bleibt niedrig – dies ist völlig anders bei der LD!).

# Gesamtrate spontane strahlende Rekombination $R_{spon}$

Die gesamt Photonenemissionsrate (bzw. Rekombinationsrate) erhält man durch Integration der Emissionsrate $W_{em}$ über alle Elektronen-Loch-Paare, d. h. unter Berücksichtigung geeigneter Verteilungsfunktionen für Elektronen und Löcher.

Die Rekombinationsrate $R_{spon}$ [$cm^{-3}s^{-1}$] ergibt sich zu

$$\boxed{R_{spon} = \frac{2}{3}\int \underbrace{d(\hbar\omega)}_{\text{mögliche Energien}} \cdot \frac{e^2 \cdot n_r \cdot \hbar\omega}{\varepsilon_0 \cdot m_0^{\,2} \cdot c^3 \cdot \hbar^2} \cdot \underbrace{2}_{\text{Spin}} \cdot \int \left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 d^3k \left|p_{if}\right|^2 \cdot \underbrace{\delta(E^e(k) - E^h(k) - \hbar\omega)}_{\text{Energierhaltung}} \cdot f^e(E^e(k)) \cdot f^h(E^h(k))}$$

Besetzungswahrscheinlichkeit der Elektronen bzw. der Löcher

- Das Integral über $d(\hbar\omega)$ fragt alle möglichen Photonenenergien ab.
- Die Integration über $d^3k$ fragt alle k-Zustände ab, und nur bei endlicher Wahrscheinlichkeit eines Elektronen-Loch-Paares trägt der k-Wert bei
- Der Faktor 2/3 kommt über die Mittelung über alle Polarisationen
- Es wird die Rate pro Kristallvolumen angegeben (kommt durch die auf das Kristallvolumen normierte Zustandsdichte rein)

# p-n-Übergang: elektrische Eigenschaften

Die Rekombinationsrate $R_{spon}$ [$cm^{-3}s^{-1}$]

$$R_{spon} = \frac{2}{3}\int d\left(\hbar\omega\right)\cdot\frac{e^2\cdot n_r\cdot\hbar\omega}{\varepsilon_0\cdot m_0^2\cdot c^3\cdot\hbar^2}\cdot 2\cdot\int\left(\frac{1}{2\pi}\right)^3 d^3k\left|p_{if}\right|^2\cdot\delta(E^e(k)-E^h(k)-\hbar\omega)\cdot f^e(E^e(k)\cdot f^h(E^h(k))$$

Mit $\hbar\omega - E_g = \frac{\hbar^2k^2}{2}\cdot\left[\frac{1}{m_e^*}+\frac{1}{m_h^*}\right] = \frac{\hbar^2k^2}{2\cdot m_r^*}$ und $d^3k \rightarrow 4\pi k^2 dk$

und der „joint density of state“ (gemeinsamen Zustandsdichte Leistungsband/Valenzband)

$$N_{CV}\left(\hbar\omega\right) = \sqrt{2}\frac{(m_r^*)^{3/2}\cdot\left(\hbar\omega-E_g\right)^{1/2}}{\pi^2\hbar^3}$$

lässt sich das Intergral wie folgt schreiben:

$$R_{spon} = \frac{1}{\tau_0}\int_0^\infty d\left(\hbar\omega\right)\cdot N_{CV}\left\{f^e(E^e)\right\}\cdot\left\{f^h(E^h)\right\})$$

# Spontane Emissionsrate: geringe Dotierung

Für den Fall geringer Dotierung (nicht entarteter Halbleiter) in dem die Anzahl der Elektronen und Löcher klein ist, kann die Fermi-Verteilung durch die Boltzmann-verteilung angenähert werden.

Da $f^e(E^e) = f^e(E_c + \frac{m_r^*}{m_e^*}(\hbar\omega - E_g))$

$$f^e(E^e) = \frac{1}{1 + \exp(\frac{E^e - E_{Fn}}{k_B T})} \cong \exp(\frac{E_{Fn} - E^e}{k_B T})$$

$$f^h(E^h) = f^h(E_V - \frac{m_r^*}{m_h^*}(\hbar\omega - E_g))$$

$$f^h(E^h) \cong \exp(\frac{E^h - E_{Fp}}{k_B T})$$

wird das Produkt zu

$$f^e \cdot f^h \cong f(E) = \exp\left\{-\frac{(E_C - E_{Fn})}{k_B T}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{(E_{Fp} - E_V)}{k_B T}\right\} \cdot \exp\left\{-\frac{(\hbar\omega - E_g)}{k_B T}\right\}$$

Einsetzen der Definitionen von den freien Ladungsträgern n und p ermöglicht jetzt die Rekombinationsrate durch die Ladungsträgerkonzentrationen auszudrücken.

# Spontane Emissionsrate: geringe Dotierung

Es gilt (entarteter Halbleiter)

$$n = \int_{E_c}^{\infty} N_e(E)\, f^e(E^e)\, dE = \frac{1}{2\pi^2}\left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2}\right)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E-E_c)^{1/2}}{\exp\left(\frac{E-E_F}{k_B T}\right)+1}\, dE = 2\left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_F-E_C}{k_B T}\right)$$

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F-E_C}{k_B T}\right) \quad \text{wobei} \quad N_C = 2\left(\frac{m_e^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

analog ergibt sich für die Löcherkonzentration:

$$p = N_V \exp\left(\frac{E_V-E_F}{k_B T}\right) \quad \text{wobei} \quad N_V = 2\left(\frac{m_h^* k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}$$

Und die spontane Emissionsrate ergibt sich damit zu:

$$\boxed{R_{spon} = \frac{1}{2\cdot\tau_0}\left(\frac{2\pi\hbar^2 m_r^*}{k_B T m_e^* m_h^*}\right)^{3/2} \cdot n\cdot p = B\cdot n\cdot p}$$

# Spontane Lebensdauer: geringe Dotierung

Aus der spontane Emissionsrate:

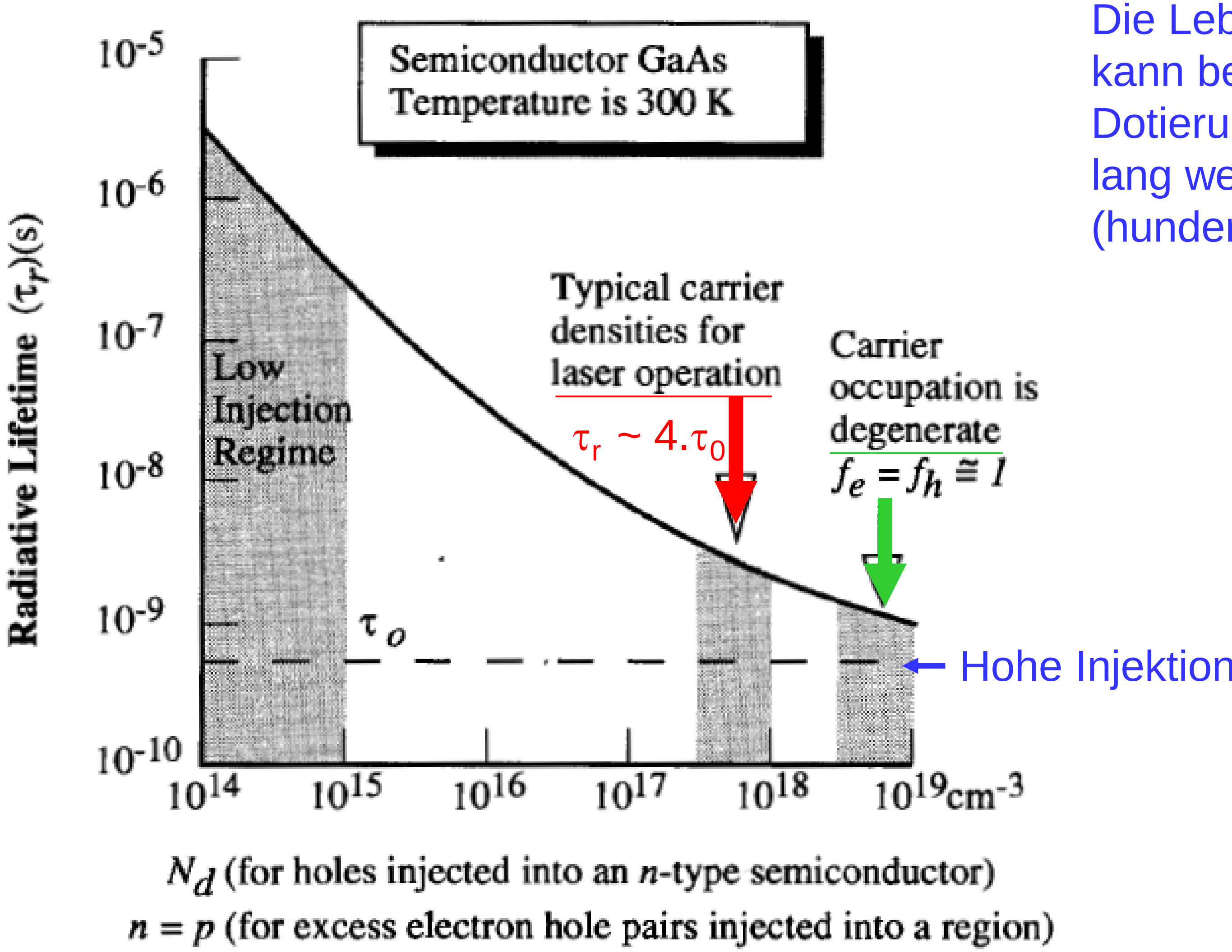
$$\boxed{R_{spon} = \frac{1}{2\cdot\tau_0}\left(\frac{2\pi\hbar^2 m_r^*}{k_B T m_e^* m_h^*}\right)^{3/2}\cdot n\cdot p = B\cdot n\cdot p}$$

Können wir jetzt die Lebensdauer eines einzelnen Elektrons bestimmen, das in einen leicht dotierten p-typ Bereich kommt ($N_A < 10^{17}cm^{-3}$). Wir erhalten folgende Beziehung:

$$\boxed{\frac{1}{\tau_r} = \frac{R_{spon}}{n} = \frac{1}{2\cdot\tau_0}\left(\frac{2\pi\hbar^2 m_r^*}{k_B T m_e^* m_h^*}\right)^{3/2}\cdot p = B\cdot p}$$

- Die Lebensdauer $\tau_r$ ist umgekehrt proportional zur Konzentration der Majoritätsladungsträger
- Die Lebensdauer $\tau_r$ ist unabhängig von der Konzentration der Minoritätsladungsträger

# strahlende Lebensdauer vs. Dotierung




Die Lebensdauer $\tau_r$ kann bei geringer Dotierung sehr lang werden (hunderte von ns).

# Spontane Emission: hohe Dotierung

Für den Fall das Elektronen in ein hoch dotiertes p-Gebiet oder Löcher in ein hoch dotiertes n-Gebiet injiziert werden, kann für $f^h$ bzw. $f^e$ eins angenommen werden. Die spontane Rekombinationsrate ist dann

$$R_{spon} = \frac{1}{\tau_0}\int_0^\infty d\left(\hbar\omega\right)\cdot N_{CV}\cdot f^e(E^e)) = \frac{1}{\tau_0}\int_0^\infty d\left(\hbar\omega\right)\cdot N_C\cdot\left(\frac{m_r^*}{m_e^*}\right)^{3/2}\cdot f^e(E^e))$$

dies ergibt

$$R_{spon} = \frac{1}{\tau_0}\cdot\left(\frac{m_r^*}{m_e^*}\right)^{3/2}\cdot n$$ für Elektroneninjektion

bzw.

$$R_{spon} = \frac{1}{\tau_0}\cdot\left(\frac{m_r^*}{m_h^*}\right)^{3/2}\cdot p$$ für Löcherinjektion

Die Minoritätsladungsträgerlebensdauer $\tau_r$ wird damit von der Dotierungsdichte unabhängig, da immer ein Loch oder Elektron zur Rekombination vorhanden ist.

$$\boxed{\frac{1}{\tau_{rn}} = \frac{R_{spon}}{n} = \frac{1}{\tau_0}\cdot\left(\frac{m_r^*}{m_e^*}\right)^{3/2}}$$

Die Lebensdauer ist nun im wesentlichen $\tau_0$!

# Spontane Emission: sehr Dotierung/Inversion

Ein weiterer wichtiger Fall ist der Fall sehr hoher Injektion. Hier ist n = p so hoch, dass für alle Fälle $f^h = f^e = 1$ angenommen werden kann. Die spontane Rekombinationsrate ist dann

$$R_{spon} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^\infty d\left(\hbar\omega\right) \cdot N_{CV} \qquad R_{spon} \approx \frac{n}{\tau_0} \approx \frac{p}{\tau_0} \longrightarrow \boxed{\tau_r = \tau_0}$$

- Fall der Inversion:

Ein Bereich der für Laseroperation besonders wichtig ist, ist der Bereich wo genügend Elektronen und Löcher in den Halbleiter injiziert werden, sodaß Inversion auftritt. Wie wir später sehen werden ist dies der Fall wenn $f^h + f^e >= 1$. Unter der Näherung $f^h \sim f^e \sim ½$ für alle Elektronen und Löcher bei Inversion ergibt sich somit

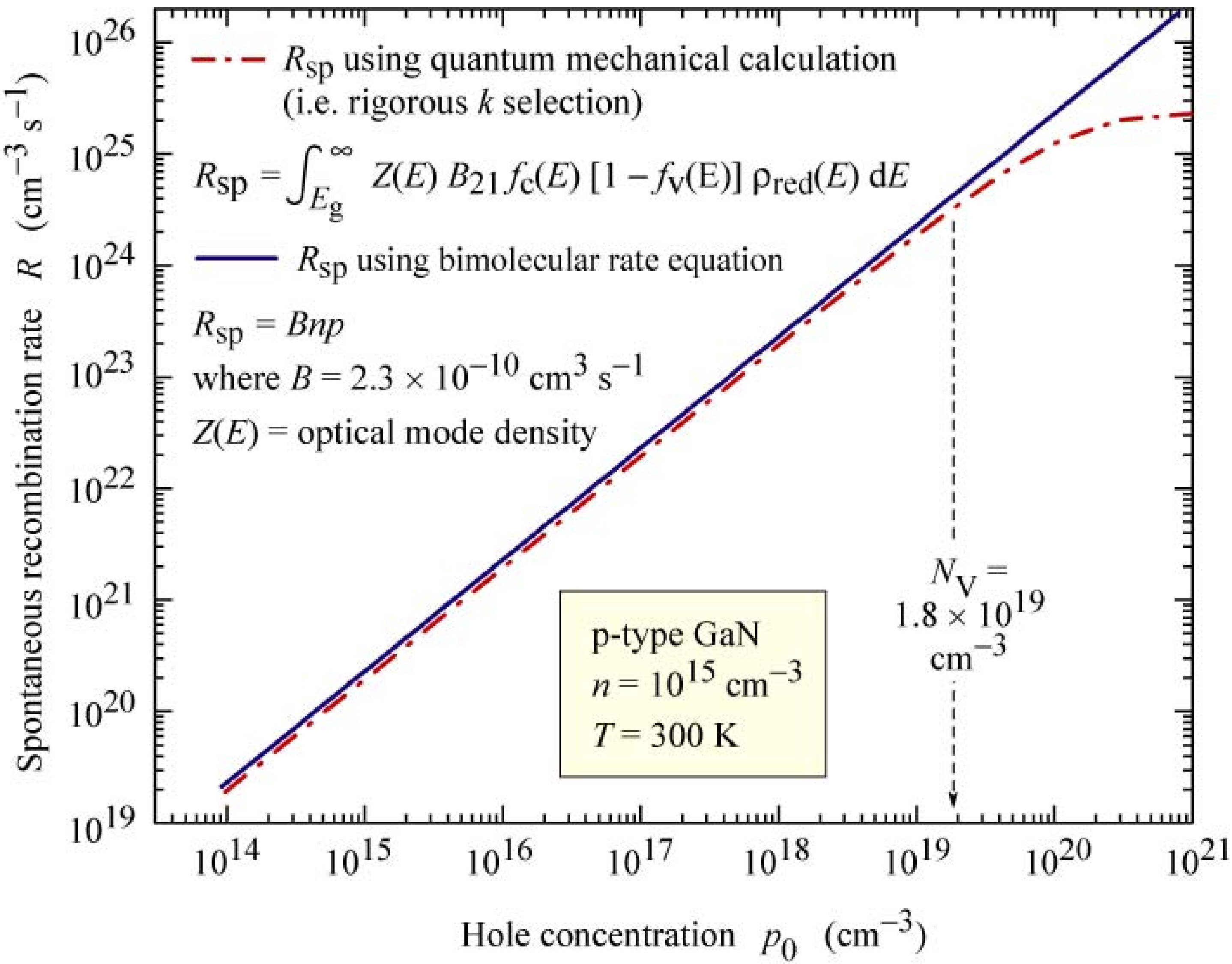
$$R_{spon} \approx \frac{n}{4 \cdot \tau_0}$$

womit die strahlende Lebensdauer bei Inversion

$$\boxed{\tau_r = 4 \cdot \tau_0}$$

Dieser Wert ist ein vernünftiger Wert um die spontane Emissionsrate beim Laserschwellwert zu berechnen.

# Spontane Rekombinationsrate vs. Löcherkonzentration in GaN



# Interne Quanteneffizienz

- Die Effektivität der Rekombination hängt von der strahlenden Lebensdauer $\tau_r$ **und** der nichtstrahlenden Lebensdauer $\tau_{nr}$ ab.
- Um die Effizienz der Photonenemission zu erhöhen, benötigt man deshalb einen möglichst kleinen Wert für $\tau_r$ und einen möglichst großen Wert für $\tau_{nr}$ ($\tau_{nr} = \frac{1}{N_T \cdot v_{th} \cdot \sigma}$).
- Zur Vergrößerung von $\tau_{nr}$ muss man deshalb die Anzahl der Materialdefekte (tiefe Störstellen) reduzieren. Dies schließt natürlich Oberflächen- und Grenzflächenqualitätsverbesserungen ein.

- Bzgl. der Dotierung haben wir bereits diskutiert, dass $\tau_r$ durch Erhöhung der p-Dotierung in dem Bereich wo Elektronen injiziert werden und mit Löchern rekombinieren, verringert werden kann.
- Dies reduziert jedoch die Injektionseffizienz $\gamma_{inj}$ da in dem Fall $n_p$ und damit auch $J_n$ abnimmt und somit $J_p+J_{GR}$ relative mehr beiträgt.

# Interne Quanteneffizienz

Die gesamte interne Quanteneffizienz $\eta_{int}$:

$$\boxed{\eta_{\text{int}} = \gamma_{inj} \cdot \eta_{Qr}}$$

ist damit ein Produkt aus der Injektionseffizienz $\gamma_{inj}$ des Elektronenstroms und der internen Quantenausbeute $\eta_{Qr}$ für strahlende Prozesse.

$$\gamma_{inj} = \frac{J_n}{J_n + J_p + J_{GR}} \qquad \eta_{Qr} = \frac{1}{1 + \tau_r / \tau_{nr}}$$

→ Um die interne Quanteneffizienz zu maximieren, muss jetzt die p-Dotierung so optimiert werden, dass sie nicht zu niedrig ist um $\eta_{Qr}$ zu verschlechtern aber auch nicht zu hoch ist um $\gamma_{inj}$ zu erniedrigen. Auch da günstig Elektronen und nicht Löcher zu injizieren.