Laserdiode (LD)

Überwinden viele der Einschränkungen von LEDs durch ausnützen

- spezieller Eigenschaften von optischen Resonatoren
- stimulierte Emission

Halbleiterlaserdioden können dadurch

- extrem scharfe Emissionslinien (2 Größenordnungen kleiner als bei LEDs)
- Modulationsbandbreiten bis ca. 50 GHz

Laserstrahlen können wegen der herausragenden räumlichen Kohärenz zu sehr hohen Intensitäten fokussiert werden

Laserdiode vs LED



Laserdiode vs LED

- LED und LD sind beide pn-Übergänge in Vorwärtsrichtung!
- vom Standpunkt der Ladungsträger sehr ähnlich
- vom der Photonen sehr unterschiedlich
 - LED = spontane Emission dominiert
 - LD = stimulierte Emission dominiert
- Stimulierte Emission liefert
 - hohe spektrale Reinheit
 - kohärente Photonen
 - hohe Modulationsgeschwindigkeiten

Spontane vs Stimulierte Emission



Spontane Rekombinationsrate

- Die spontane Rekombinationsrate erhält man durch Integration der Emissionsrate W_{em}(ħω) über alle Elektronen-Loch-Paare erhalten unter Berücksichtigung geeigneter Verteilungsfunktionen für Elektronen und Löcher.
- Es ergibt sich Rekombinationsrate R_{spon} [cm⁻³s⁻¹] zu:

$$R_{spon} = \frac{1}{\tau_0} \int_0^\infty d(\hbar\omega) \cdot N_{CV} \left\{ f^e(E^e) \right\} \cdot \left\{ f^h(E^h) \right\}$$

mit der "joint density of state" (gemeinsamen Zustandsdichte) $N_{CV}(\hbar\omega)$

$$N_{CV}(\hbar\omega) = \sqrt{2} \frac{\left(m_r^*\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\hbar\omega - E_g\right)^{\frac{1}{2}}}{\pi^2 \hbar^3}$$

Emissionsrate: spontan/stimuliert

Für die spontane Emission befindet sich anfänglich keine Photon innerhalb des Halbleiters. Wird jetzt ein Elektron und ein Loch mit dem passenden k-Vektor in den HL injiziert so rekombinieren sie unter Aussendung eines Photons. Die spontane Emissionsrate $W_{em}(\hbar\omega)$ ist

$$W_{em}^{spon}(\hbar\omega) = \frac{1}{\tau_0} = \frac{e^2 \cdot n_r \cdot \hbar\omega}{3\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot m_0^2 \cdot c^3 \cdot \hbar^2} \cdot |p_{CV}|^2$$

Befinden sich im HL zusätzlich zu dem Elektron-Loch-Paar jedoch noch Photonen mit einer Energie $\hbar\omega$ die genau der Energiedifferenz zwischen dem e-h Paar entspricht, so gibt es eine zusätzliche Emissionsrate, die als stimulierte Emission bezeichnet wird. Der stimulierte Emissionsprozess ist proportional zur Photonenbesetzungszahl n_{ph}($\hbar\omega$) mit der korrekten Photonenenergie um einen eh-Übergang zu bewirken.

Die Rate für die stimulierte Emission lässt sich schreiben als:

$$W_{em}^{st}(\hbar\omega) = W_{em}^{spon}(\hbar\omega) \cdot n_{ph}(\hbar\omega)$$

Banddiagramm unter Laserbedingungen



Emissionsrate: spontan/stimuliert

Die Rate für die stimulierte Emission lässt sich schreiben als:

$$W_{em}^{st}(\hbar\omega) = W_{em}^{spon}(\hbar\omega) \cdot n_{ph}(\hbar\omega)$$

- Damit die stimulierte Emission dominiert, muss die Photonendichte hoch sein. Dazu ist ein Resonator erforderlich, der dafür sorgt, dass nur ein kleiner Teil der Photonen die aktive Zone verlässt.
- Resonator sorgt auch für spektral sehr schmale Emission

Die Laserstruktur: der optische Resonator

In Laserdioden führt und leitet ein optischer Resonator die erzeugten Photonen. Der Resonator besteht im wesentlichen aus zwei Spiegeln zwischen denen die Photonen vielfach reflektiert werden. Deswegen wird nur ein kleiner Bruchteil der Photonen aus dem Resonator ausgekoppelt und emittiert und die Photonendichte kann sich innerhalb des Resonators für stimulierte Emission aufbauen.

Herausforderung für Laserdesign:

Geeignete optische Resonatoren für stimulierte Emission finden

Für Halbleiterlaser gibt es verschiedene wichtige Resonatoren:

- Fabry-Perot-Resonatoren
- Resonatoren mit verteilter Rückkopplung (distributed feedback DFB) über ein periodisches Gitter
- Oberflächenemittierende Laser mit spezielle designten Reflektoren (Multireflexionsschichten)

Fabry-Perot Resonator



Fabry-Perot Resonator

T Transmission durch einen FP-Resonator:

$$T = \frac{T_1 T_2}{1 + R_1 R_2 - 2 \sqrt{R_1 R_2} \cos 2\phi}$$

F Finesse eines FP-Resonators:

$$F = \frac{\text{Peak separation}}{\text{Peak width}} = \frac{\pi}{2\phi_{1/2}} = \frac{\pi}{1-\sqrt{R_1R_2}} \approx \frac{\pi}{1-\sqrt{R_1R_2}}$$

Q Gütefaktor (Q-Faktor) eines FP-Resonators:

$$Q = \frac{\text{Peak frequency}}{\text{Peak width}} = \frac{2nL_c}{\lambda} \frac{\pi \sqrt[4]{R_1R_2}}{1 - \sqrt{R_1R_2}} \approx \frac{2nL_c}{\lambda} \frac{\pi}{1 - \sqrt{R_1R_2}}$$

$$Q = \frac{2nL_{\rm c}}{\lambda} F$$

Der Q-Faktor gibt auch an wie viel Energie in dem Resonator gespeichert ist im Verhältnis zum Energieverlust pro Umlauf!

FP-Resonator für Halbleiter-LD



- In x-Richtung FP-Resonator durch Kristallfacetten
- In y-z Ebene Einschluss durch einen ebenen Wellenleiter
- Resonatormoden sollen gut mit der aktiven Zone überlappen (räumlich)

FP-Resonator bei Zinkblende-HL



ATOMS ON THE (110) PLANE

Each atom has 4 bonds:

• 2 bonds in the (110) plane

• 1 bond connects each atom to adjacent (110) planes

Cleaving adjacent planes requires breaking 1 bond per atom

- Eine (100)-orientierte Oberfläche (Standard) bricht entlang der [011] und [0-11]-Richtungen
- Entstehende Facetten sind sehr glatt (Spiegel)



Modenverteilung im FP-Resonator

Die Resonatormoden (stehende Wellen) sind diejenigen für die die Wellenlänge der

Photonen die Beziehung $L = q \cdot \frac{\lambda}{2}$ erfüllt, wobei qeine ganze Zahl ist L ... Länge des Resonators

- λ ... Wellenlänge im Resonator



Optoelektronische Halbleiterbauelemente, WS16/17 Prof. Dr. Donat J. As

Ebener Wellenleiter

Ein Material mit großem Brechungsindex (kleinem E_{gap}) ist eingebettet zwischen einem Material mit kleinem Brechungsindex (größerer Bandlücke)



Refractive Index

 $\vec{E} = \vec{E}(x, y) \exp[i(\omega t - \beta z)]$ $\vec{H} = \vec{H}(x, y) \exp[i(\omega t - \beta z)] \text{ mit } \beta = \text{Ausbreitungskonstante}$

Aus den Maxwellschen Gleichungen ergibt sich :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon \mu - \beta^2) E_y = 0 \qquad \vec{E} \Box y$$
$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \varepsilon \mu - \beta^2) H_y = 0 \qquad \vec{H} \| y \to \vec{E} \perp y, \vec{E} \Box x$$

Optoelektronische Halbleiterbauelemente, WS16/17 Prof. Dr. Donat J. As

Ebener Wellenleiter: Wellengleichung

Für den Fall des TE polarisierten Lichts kann obige Gleichung umgeformt werden in

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \left(n_r^2 \cdot k_0^2 - \beta^2\right) E_y = 0$$

wobei

$$\omega \cdot \sqrt{\varepsilon \mu} = n_r k_0 \qquad \qquad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \qquad \qquad \sqrt{\varepsilon \mu} = c$$

Aus der Wellengleichung (Helmholtz-Gleichung) sieht man sofort, dass die Lösung entweder eine oszillierende Welle ist, d.h.

$$\vec{E} \Box \exp[ik_x x] \text{ für } n_{r_1}^2 k_0^2 > \beta^2$$

mit $k_x = \sqrt{n_{r_1}^2 k_0^2 - \beta^2}$
oder exponentiell abfällt (d.h. eine gedämpfte Welle)

$$\dot{E} \Box \exp\left[-\gamma x\right]$$
 für $n_{r^2}^2 k_0^2 < \beta^2$
mit $\gamma = \sqrt{\beta^2 - n_{r^2}^2 k_0^2}$

Die Wellenleiter werden jetzt so entworfen, dass für einige Moden das elektrische Feld die allgemeine Form der oszillierende Welle in der Führungsschicht hat und in der Umgebungsschicht exponentiell abklingt.

Ebener Wellenleiter: Wellengleichungen

Damit erhalten wir folgende Lösung für das elektrische Feld

$$E_{y} = \begin{cases} A \exp[-\gamma x] & 0 \le x \le \infty \\ B \cos(k_{x}x) + C \sin(k_{x}x) & -d \le x \le 0 \\ D \exp[\gamma(x+d)] & -\infty \le x \le -d \end{cases} \qquad \begin{array}{c} \kappa_{0} = \overline{\lambda_{0}} \\ \gamma = \sqrt{\beta^{2} - n_{r^{2}}^{2}k_{0}^{2}} \\ \gamma = \sqrt{\beta^{2} - n_{r^{2}}^{2}k_{0}^{2}} \\ k_{x} = \sqrt{n_{r^{1}}^{2}k_{0}^{2} - \beta^{2}} \end{array}$$

Mit den Randbedingungen, dass E_y und $\frac{dE_y}{dx}$ an den Grenzen bei x=0 und x=-d stetig ist erhalten wir

$$E_{y} = \begin{cases} A' \exp[-\gamma x] & 0 \le x \le \infty \\ A' \left[\cos(k_{x}x) + \left(\frac{\gamma}{k_{x}}\right) \sin(k_{x}x) \right] & -d \le x \le 0 \\ A' \left[\cos(k_{x}d) + \left(\frac{\gamma}{k_{x}}\right) \sin(k_{x}d) \right] \exp[\gamma(x+d)] & -\infty \le x \le -d \end{cases}$$

 2π

Ebener Wellenleiter: Wellengleichung

Die Lösung erhält man durch Einsetzen in die Wellengleichung. Dies liefert zwei transzendente Gleichungen

$$\frac{\frac{k_x d}{2} \tan(\frac{k_x d}{2}) = \left(\frac{\gamma d}{2}\right)}{\frac{k_x d}{2} \cot(\frac{k_x d}{2}) = -\left(\frac{\gamma d}{2}\right)}$$

für gerade Moden

für ungerade Moden

Diese Gleichungen können jetzt entweder numerisch oder graphisch gelöst werden. Das graphische Verfahren wollen wir kurz besprechen.

Ebener Wellenleiter: Wellengleichung

Man beginnt durch Zeichnen der Kurven in der $\frac{\gamma d}{2}$, $\frac{k_x d}{2}$ Ebene, die die beiden Gleichungen erfüllen (gestrichelte Kurven in Abbildung)

Dabei ist für eine große Anzahl von k_x für einen bestimmten γ -Wert die Gleichung erfüllt.

Des Weiteren wissen wir, dass folgende Gleichheit gilt

$$\left(\frac{k_{x}d}{2}\right)^{2} + \left(\frac{\gamma d}{2}\right)^{2} = \left(n_{r_{1}}^{2} - n_{r_{2}}^{2}\right) \cdot \left(\frac{k_{0}d}{2}\right)^{2} \coloneqq R^{2}\left(d\right)$$

Wir zeichnen jetzt einen Kreis mit Radius R(d). Für einen gegebenen Wert von n_{r1} , n_{r2} und d erhalten wir damit einen Kreis. Die Schnittpunkte des Kreises mit den Kurven liefert damit die gewünschte Lösung.

Wellengleichung: graphische Lösung



Welche Moden werden noch geführt? Für die kritische Breite d_c für einen Mode

mit Index m gilt:
$$R(d_c) = \frac{m\pi}{2}$$
 Damit ergibt sich: $d_c = \frac{1}{2} \frac{m\lambda_0}{\sqrt{n_{r_1}^2 - n_{r_2}^2}}$

Moden im Wellenleiter



- Feldmaxima sind unterschiedlich verteilt
- Je kleiner d, desto weniger Moden werden geführt

Optischer Confinement Factor



Optischer Confinement Factor

$$\Gamma = \left\{ 1 + \frac{\cos^2\left(k_x \frac{d}{2}\right)}{\gamma \cdot \left[\frac{d}{2} + \left(\frac{1}{k_x}\right) \cdot \sin\left(k_x \frac{d}{2}\right) \cdot \cos\left(k_x \frac{d}{2}\right)\right]} \right\}^{-1}$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad \beta = \frac{k_0}{n}$$
$$\gamma = \sqrt{\beta^2 - n_{r_2}^2 k_0^2}$$
$$k_x = \sqrt{n_{r_1}^2 k_0^2 - \beta^2}$$



$$n_{r1} = 3.590$$

 $n_{r2} = 3.385$

$$AI_{0,3}Ga_{0,7}As/GaAs/AI_{0,3}Ga_{0,7}As$$

Bem: für m=2 gibt es 3 Moden mit unterschiedlichem Konfinementfaktor

Waveguide Thickness (µm)

Verstärkung im Resonator

- Moden propagieren im Resonator
- Wie kommt man zu einer so hohen Photonendichte, dass die stimulierte Emission dominiert?
- Im geführten Bereich des Resonators muss es Verstärkung geben!!

Optische Absorption, Verluste und Verstärkung

Ein mit einer elektromagnetischen Welle verbundenen Photonenstrom, der durch einen Halbleiter wandert kann durch folgende Gleichung beschrieben werden.

$$I_{ph} = I_{ph}^0 \exp\left(-\alpha \cdot z\right)$$

wobei

 α ... der Absorptionskoeffizient (positive Größe)

$$I_{ph}^{0}$$
 ...der Photonenstrom bei z=0

Die optische Intensität ($P_{opt} = I_{ph} \cdot \hbar \omega$) fällt exponentiell ab, wenn die Welle sich in z-Richtung ausbreitet und α positiv ist.

Bem.:

$$\alpha \dots \sim 10^4 - 10^5 \text{ cm}^{-1} \text{ bei } \text{E}_{\text{gap}}$$

 $\frac{1}{\alpha} \dots \sim 1 \mu \text{m} - 0.1 \mu \text{m}$ Eindringtiefe

Werden jedoch Elektronen und Löcher in das Leitungsband- bzw. Valenzband gepumpt, dann kann der e-h Rekombinationsprozess (d.h. die Photonenemission) stärker sein als der Umkehrprozess der e-h Erzeugung (d.h. der Absorption).

Verstärkung

Im allgemeinen wird ein Verstärkungskoeffizient g($\hbar\omega$) definiert, als

Gain = Emissionskoeffizient - Absorptionskoeffizient

Ist $f^e(E^e)$ und $f^h(E^h)$ die Elektron- und Löcherbesetzung, so hängt der Emissionskoeffizient von dem Produkt von $f^e(E^e)$ und $f^h(E^h)$ ab, während der Absorptionskoeffizient durch das Produkt (1- $f^e(E^e)$) und (1- $f^h(E^h)$) gegeben ist.

Des Weitern gilt:
$$E^{e} = E_{C} + \frac{m_{r}^{*}}{m_{e}^{*}} (\hbar \omega - E_{gap})$$

 $E^{h} = E_{V} - \frac{m_{r}^{*}}{m_{h}^{*}} (\hbar \omega - E_{gap})$

Die Besetzungswahrscheinlichkeiten $f^e(E^e)$ und $f^h(E^h)$ werden durch die Quasi-Fermi-Niveaus für Elektronen E_{Fn} und E_{Fp} beschrieben. Die Verstärkung, die ja die Differenz zwischen Emissions- und Absorptionskoeffizient ist , wird damit

$$g(h\omega) \Box f^{e}(E^{e}) \cdot f^{h}(E^{h}) - \{1 - f^{e}(E^{e})\} \cdot \{1 - f^{h}(E^{h})\})$$
$$= \{f^{e}(E^{e}) + f^{h}(E^{h})\} - 1$$

Verstärkung und Inversion

Die optische Welle hat eine allgemeine räumliche Intensitätsabhängigkeit

$$I_{ph} = I_{ph}^0 \exp(g(\hbar\omega)z)$$

Und wenn g positiv ist, dann wächst die Intensität, da zusätzlich Photonen durch Emission zur Intensität dazugegeben werden.

Die Bedingung für eine positive Verstärkung erfordert "Inversion" des Halbleiters, d.h.

$$f^{e}(E^{e}) + f^{h}(E^{h}) > 1$$

Um diese Bedingung zu erfüllen müssen die Quasi-Fermi-Niveaus in das jeweilige Band (LB bzw. VB) eindringen (d.h. entartete HL).

Der exakte Ausdruck für die Verstärkung ist in Volumenhalbleitern:

$$g(\hbar\omega) = \frac{\pi e^2 \hbar}{m_0^2 \cdot c \cdot n_r \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\hbar\omega} |a \cdot p_{CV}|^2 N_{CV} \Big[f^e(E^e) + f^h(E^h) - 1 \Big]$$

Wird jetzt $f^e(E^e) = 0 = f^h(E^h)$, dann ist $g(\hbar \omega) = -\alpha(\hbar \omega)$, d.h. der negative Absorptionskoeffizient.

Verstärkung im Halbleiter

Für GaAs ergibt sich:

$$g(\hbar\omega) \Box 5.6 \cdot 10^{-4} \frac{\left(\hbar\omega - E_g\right)}{\hbar\omega} \left[f^e(E^e) + f^h(E^h) - 1 \right] \left[cm^{-1} \right]$$

Für einen anderen Halbleiter A ändert sich der Vorfaktor nur durch

$$\begin{bmatrix} m_r^*(A) \\ m_r^*(GaAs) \end{bmatrix}^{\frac{3}{2}}$$

Für die Berechnung der Verstärkung als Funktion des injizierten Ladungsträger n(=p) muss die Elektronen- und Löcher-Quasi-Fermi-Niveaus und die Besetzungswahrscheinlichkeit f^e(E^e) und f^h(E^h) berechnet werden. Wegen der notwendigen Besetzungsinversion ist der Halbleiter entartet und die Boltzmann-Statistik ist nicht mehr ausreicht zur Beschreibung von f^e(E^e) und f^h(E^h) sondern es muß z.B. die Joyce-Dixon-Näherung zur Berechnung von f^e(E^e) und f^h(E^h) verwendet werden.

Die Lage der Quasi-<u>Fermi-Niveaus ist nach Joyce-Dixon</u>:

$$E_{Fn} = E_C + k_B T \cdot \left[\ln \frac{n}{N_C} + \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{n}{N_C} \right]$$
$$E_{Fp} = E_V - k_B T \cdot \left[\ln \frac{p}{N_V} + \frac{1}{\sqrt{8}} \frac{p}{N_V} \right]$$

Verstärkung im Halbleiter



- Erst ab einer kritischen injizierten Ladungsträgerdichte gibt es Verstärkung!
- negativer Gain bedeutet Abschwächung
- g = 0 bedeutet Transparenz (keine Verstärkung, keine Abschwächung)
- Je höher die injizierte Ladungsträgerkonzentration, desto höher kann die Photonenenergie werden, für die noch Verstärkung auftritt

Gain vs. photon energy curves for a variety of carrier injections for GaAs at 300 K. The electron and hole injections are the same. The injected carrier densities are increased in steps of 0.25×10^{18} cm⁻³ from the lowest value shown.

Optische Halbleiterverstärker (OSA) Antireflexionsschicht ħω n bh g>0 $I_{ph} = I_{ph}^0 \cdot \exp(-g(\hbar\omega) \cdot L)$ **g=0** g<0 ()

Bis jetzt haben wir nur den Materialgain diskutiert und dieser kommt aus dem aktiven Bereich wo Rekombination stattfindet. Oftmals ist dieser aktive Bereich von sehr kleiner Dimension (z.B. QW-Laser).

In diesem Fall muss jetzt die neue Größe Cavity Gain g_{cav} definiert werden, da nur in diesem Bereich aktiv verstärkt wird.

 $g_{cav}(\hbar\omega) = g(\hbar\omega) \cdot \Gamma$

 Γ = Mode confinement factor bezogen auf den aktiven Bereich

Lasing: Verluste und Verstärkung im Resonator

Im Resonator gibt es nicht nur Verluste im Material sondern auch an den Spiegeln!



Gain and loss in the optical cavity.

Lasing: Änderung des Gain-Spektrums



An der Schwelle gleicht die Verstärkung gerade die Resonatorverluste aus!

Lasing: Modenverteilung und Gain-Spektrum

Überlagerung von Modenverteilung und Gain-Spektrum bestimmte welche Moden verstärkt werden!

Illustration of gain profile and emission spectra (longitudinal modes).

Laserschwelle

- LD unter der Schwelle:
 - der Gain ist kleiner als die Resonatorverluste
 - Emission ist breit wie bei einer LED
- LD an der Schwelle:
 - einige wenige Moden
 beginnen zu dominieren

- LD über der Schwelle:
 - Gain-Spektrum ändert sich nicht
 - aufgrund stimulierter
 Emission dominiert ein
 (oder mehrere) Mode die
 Lichtemission

Ausgangsspektrum QW-Laser

5 nm GaAs /Al_{0.3}Ga_{0.7}As

Schwellstromdichte

- Die Laserschwelle spiegelt sich auch in der Licht-Strom-Charakteristik wieder
- Niedrige Schwellstromdichten wünschenswert

Figure 10.6: The light output as a function of current injection in a semiconductor laser. Above threshold, the presence of a high photon density causes stimulated emission to dominate.

Licht-Strom-Charakteristik: Beispiel

 In diesem Beispiel Multimode-Lasing

FIGURE 3.8 Emission spectra before and after lasing in a 1300 nm-band Fabry–Perot InGaAsP/InP laser diode with cleaved facets.⁵ Reprinted with permission from *Reliability and Degradation of Semiconductor Lasers and LEDs* by Artech House, Inc., Norwood, MA, USA, http://www.artech-house.com.

Schwellstromdichte

Je dünner die aktive Schicht, desto niedriger die Schwellstromdichte

Schwellstromdichte

- QW-Strukturen ermöglichen niedrige Schwellstromdichten!
- QD-Strukturen ermöglichen noch niedrigere Schwellstromdichten!

Schwellstromdichte: Entwicklung

Figure 5. Historic trends in the reduction of the threshold current density in semiconductor lasers.