

## II. Laser Diode - statische Eigenschaften

### 1. Einleitung

Im vorigen Kapitel haben wir ausführlich die Vor- u. Nachteile einer LED besprochen. In diesem Kapitel wollen wir jetzt laserdioden (LD) besprechen die viele der Einschränkungen die für LED's gelten überwinden, indem sie spezielle Eigenschaften von optischen Resonatoren und die Stimmleite Emission ausnutzen. Halbleiter laserdioden können dadurch extreme scharfe Emissionslinien mit FWHM Breiten die um 2 Größenordnung kleiner sind als in LED's haben. Zusätzlich können laserdioden Modulationsbandbreiten bis 50 GHz und höher erreichen. Zusätzlich kann ein Laserstrahl wegen seiner herausragenden räumlichen Kohärenz zu sehr hohen Intensitäten fokussiert werden, da der Laserstrahl sich nicht so weit ausbreitet wie Strahlen anderer Lichtquellen.

Was sind die grundlegenden Unterschiede einer Laserdiode im Vergleich zu einer LED die so eine Performance ermöglichen?

Tohe Fig. 10.1

### 2. Spontane und Stimmleite Emission

Die Halbleiter laser-diode arbeitet wie die LED als vorwärts betriebener p-n Übergang. Während die Struktur für die Elektronen und Löcher völlig ähnlich erscheint wie in einer LED, ist sie vom Standpunkt der Photonen völlig unterschiedlich !

Wie für den Fall der LED, werden Elektronen und Löcher in eine aktive Zone einer in Vorwärtsrichtung betriebenen LD injiziert. Bei niedriger Injektion, re kombinieren die Elektronen und Löcher strahlend

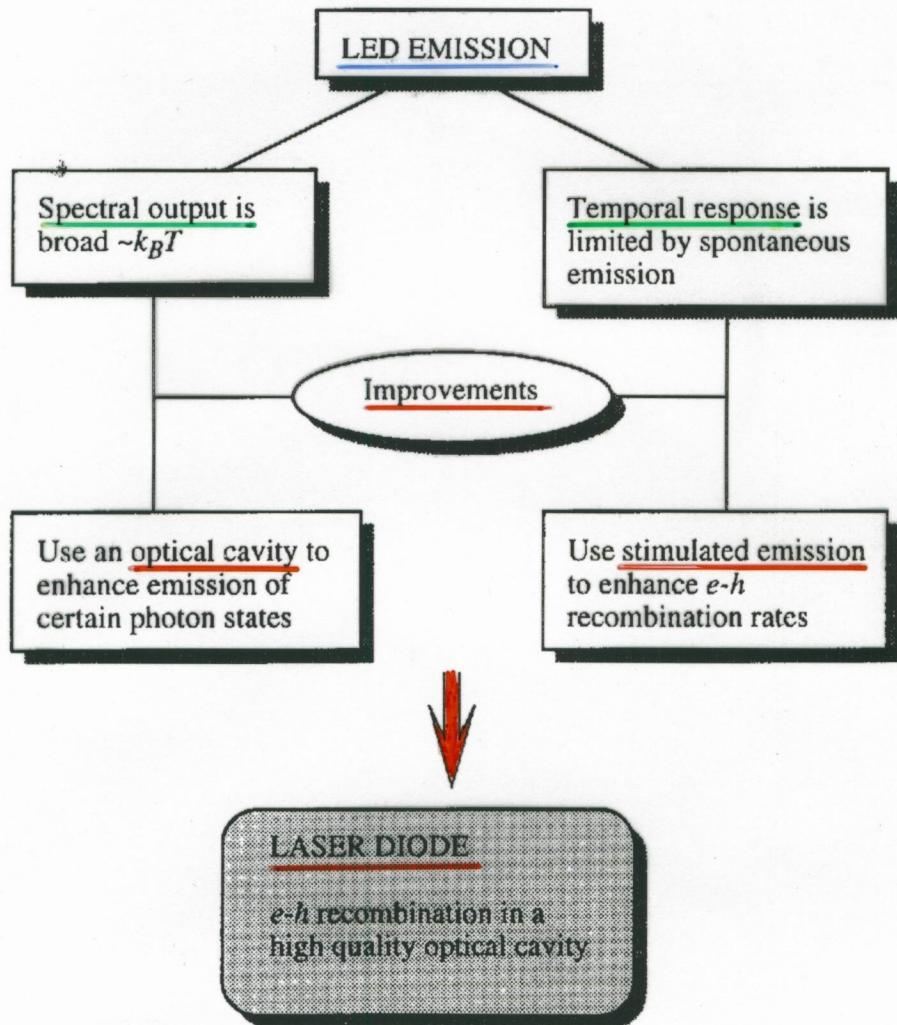


Figure 10.1: A schematic description of how the LED performance can be improved by exploiting an optical cavity.

über den spontanen Emissionsprozess und emittieren Photonen.

Bei höherer Injektion werden LD jedoch so entworfen, dass

in diesem Fall der Emissionsprozess über stimulierte Emission

erfolgt. Der stimulierte Emissionsprozess liefert spektrale

Reinheit, höhere Photonen (d.h. elektromagnetische Wellen die

in einer ganz bestimmten Phasenbeziehung stehen) und ermöglicht  
hohe Modulationsgeschwindigkeiten.

Der Unterschied zwischen einer LED und einer Laserdiode  
kommt aus dem Unterschied zwischen spontaner und  
stimulierte Emission.

Sieht uns dies in der nächsten Folie veranschaulichen

Folie Fig. 10.2

Bei Spontane Emission befindet sich anfänglich kein Photon innerhalb des Halbleiters. Wird jetzt ein Elektron und ein Loch mit dem passenden k-Vektor in den Halbleiter injiziert so re kombinieren sie unter Aussendung eines Photons. - dies ist die Spontane Emission (siehe Abb. 10.2 oben)

Befinden sich im Halbleiter zusätzlich zu dem Elektron-Loch-Paar

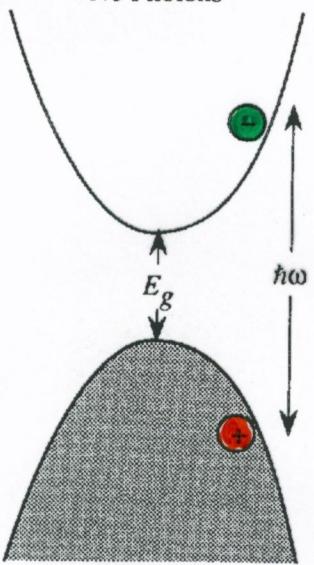
jedoch noch Photonen mit einer Energie  $\hbar\omega$  die genau der Energiedifferenz zwischen dem e-h-Paar entspricht, so gibt

es eine zusätzliche Emissionsrate die als stimulierte Emission

bezeichnet wird. Der stimulierte Emissionsprozess ist

proportional zur Photondichte der Photonen mit der korrekten Photonenenergie um einen e-h-Übergang zu benötigen.

No Photons

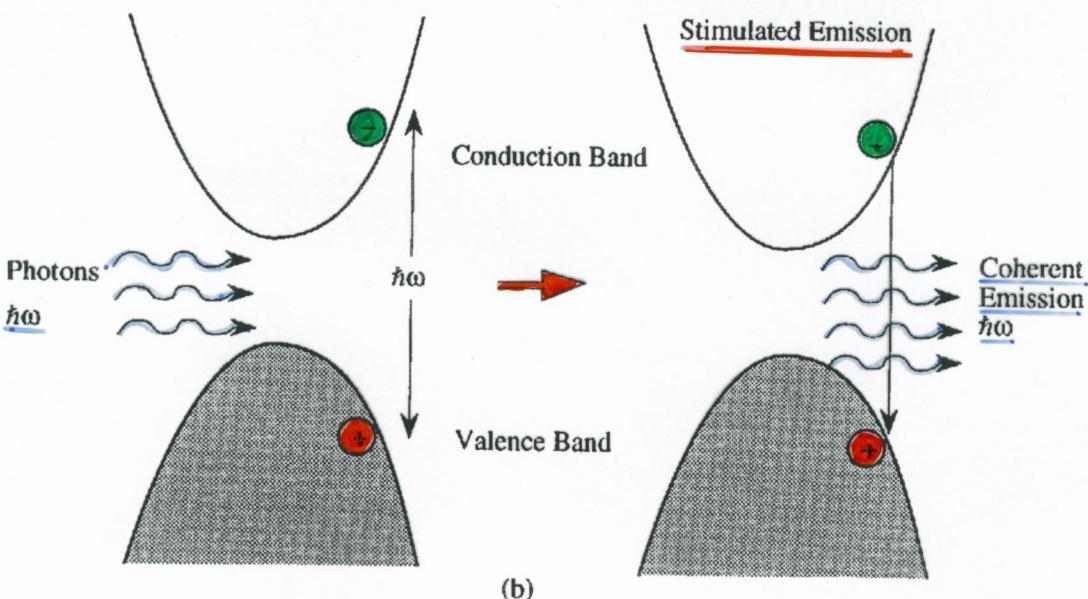
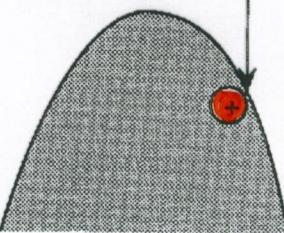


Spontaneous Emission

Conduction Band

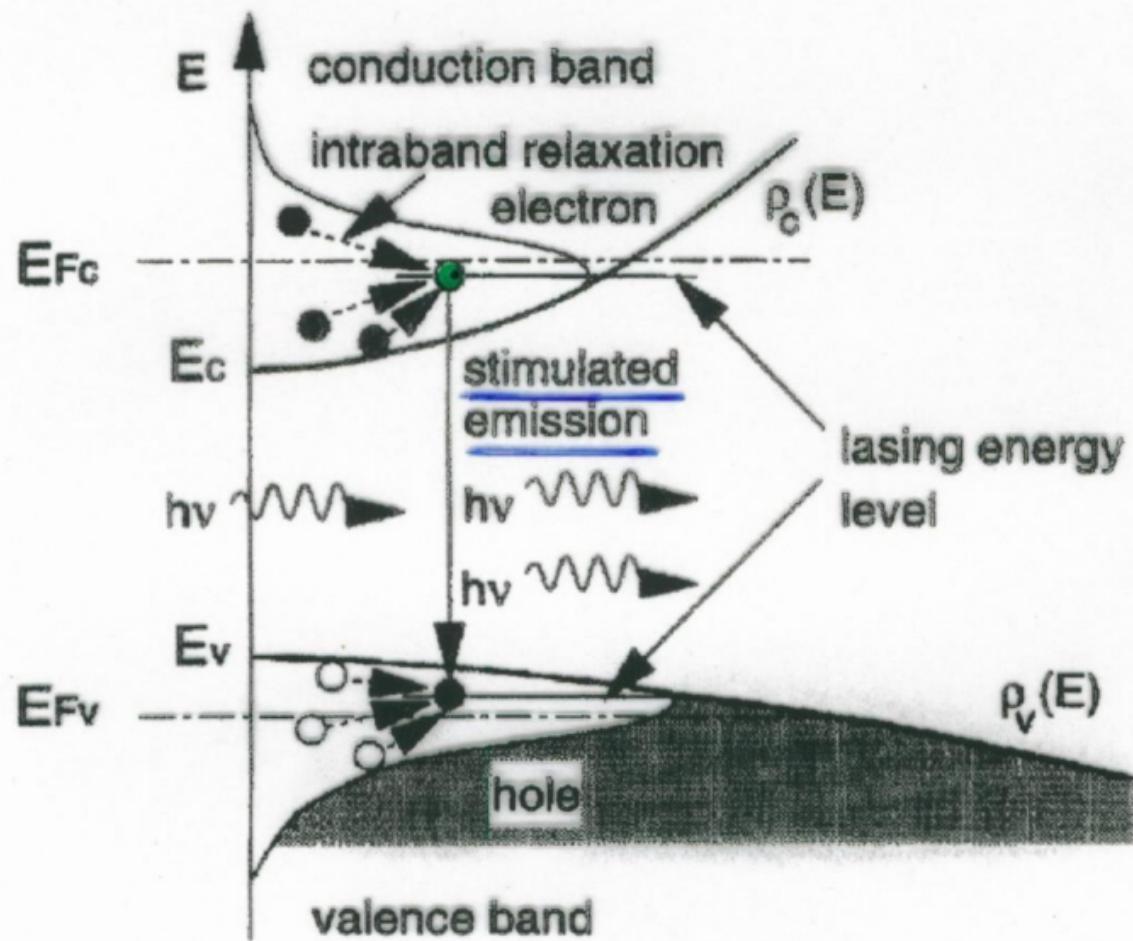
Valence Band

(a)



(b)

Figure 10.2: (a) In spontaneous emission, the e-h pair recombines in the absence of any photons present to emit a photon. (b) In stimulated emission, an e-h pair recombines in the presence of photons of the correct energy  $\hbar\omega$  to emit coherent photons. In coherent emission the phase of the photons emitted is the same as the phase of the photons causing the emission.



Die emittierten Photonen sind in Phase (d.h. sie haben die selbe Energie und Wellenzahl) mit den einfallenden Photonen.

Die Rate für die stimulerte Emission ist damit

$$\boxed{W_{em}^{st}(\omega) = W_{em}(\omega) \cdot n_{ph}(\omega)}$$

wobei  $n_{ph}(\omega)$  die Photonenbesetzungszahl und  $W_{em}$  die spontane Emissionsrate ist wie wir sie bei den LED's besprochen haben.

$$(W_{em}(\omega) = \frac{1}{\tau_0} = \frac{e^2 \cdot u_r \cdot \hbar \omega}{3 \pi \epsilon_0 \cdot m_e^2 \cdot c^3 \cdot \tau^2} \cdot |f_{pev}|^2)$$

In einer LED werden die Photonen durch spontane Emission erzeugt, sie gehen verloren indem sie entweder Reabsorbiert werden oder einfach die Struktur verlassen. Aus diesem Grund ist  $n_{ph}(\omega)$  immer sehr klein und die stimulierte Emission kann nie starken.

Wenn die spontan emittierten Photonen jetzt durch einen optischen Resonator so ausgefiltert, dass sie eine wohldefinierte Energie haben und innerhalb der Halbleiterstruktur verbleiben müssen, dann treten zwei wichtige Effekte auf:

a) Die Photonenemission für Photonen der gewählten Energie werden durch stimuliert Emission stärker

b) Die e-h Rekombinationsrate  $\cdot W_{em}^{st}(\omega)$  wird damit größer und damit  $T_{em}^{st}$  kleiner.

Beide Effekte sind gewünscht, da einerseits ein optisches Spektrum mit sehr engen Emissionslinien entsteht und andererseits die Modulationsgeschwindigkeit erhöht wird.

=> Herausforderung für Laserdesign:

=> geeigneter optischer Resonator für stimuliert Emission finden

### 3. Die Laserstruktur - der optische Resonator

Während beide die LED als auch die Laserdiode einen ein Vormärz betriebenen p-n Übergang zur Injektion von Elektronen und Löchern benötigen, wird die Laserdiode so entworfen, daß ein optischer Resonator gebildet wird, der die erzeugten Photonen führt bzw. teilt. Der optische Resonator besteht im wesentlichen aus zwei Spiegel zwischen denen die Photonen vielfach reflektiert werden. Aus diesem Grund wird nur ein kleiner Bruchteil der Photonen aus dem Resonator ausgekoppelt und emittiert, und die Photondichte kann sich innerhalb des Resonators für eine Emission aufbauen.

Für Halbleiterlaser gibt es verschiedene wichtige Resonatoren

- Fabry-Pérot - Resonatoren
- Resonatoren mit vertikaler Rückkopplung (distributed feedback) über ein periodisches Gitter
- Oberflächenemittierende Laser mit speziell designeden Reflexoren (Multi-reflectionschichten)

Der meistverwendete Resonator ist jedoch der Fabry-Pérot (FP) resonator, der aus zwei polierten Spiegeloberflächen besteht.

Folie Fig. 10.3

Die Resonatormoden sind diejenigen für die die Wellenlänge der Photonen die Beziehung

$$L = q \cdot \frac{\lambda}{2}$$

erfüllen, wobei  $q$  ... eine ganze Zahl ist  
 $L$  ... Länge des Resonators  
 $\lambda$  ... Wellenlänge des Lichts im Material mit dem Brechungsindex  $n_r$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n_r}$$

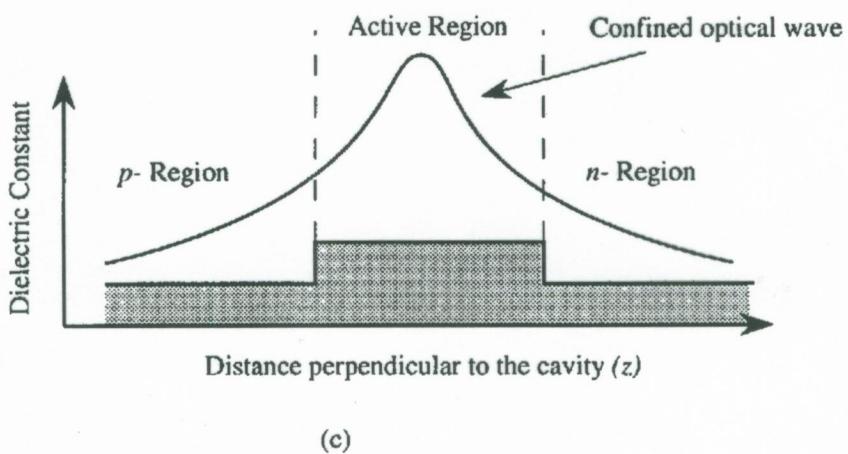
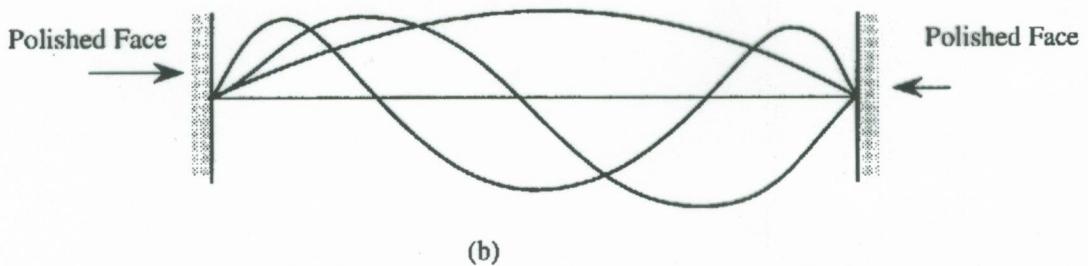
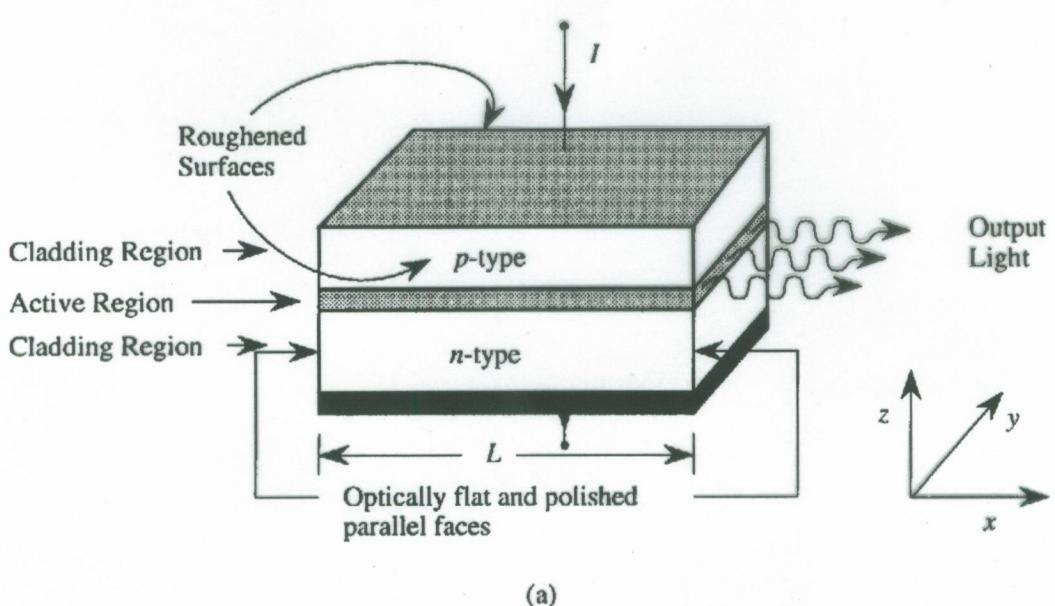


Figure 10.3: (a) A typical laser structure showing the cavity and the mirrors used to confine photons. The active region can be quite simple as in the case of double heterostructure lasers or quite complicated as in the case of quantum well lasers. (b) The stationary states of the cavity. The mirrors are responsible for these resonant states. (c) The variation in dielectric constant is responsible for the optical confinement. The structure for the optical cavity shown in this figure is called the Fabry-Perot cavity.

Der Abstand zweier benachbarter Moden ist dabei

$$\Delta k = \frac{\pi}{L} \quad \Rightarrow \quad \Delta \varphi = \frac{c}{2n\lambda L} \quad \Rightarrow \quad \Delta E = h \Delta \nu$$

Bew mit  $\Delta \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{v_0}{k} = \frac{v_0}{\omega}$   $\Rightarrow$   $v = \frac{c}{n,2_0} = c$ .

Wie aus der Folie ersichtlich ist, hat der Fabry-Pérot Resonator an zwei Seiten Spiegelplättchen (durch Spalten des Materials in kristallographischen Richtungen  $\rightarrow$  kein Material vorhinkant)

Die anderen Seiten sind aufgezaut, dies passiert z.B. wenn die MESA-Struktur herausgehobt wird, sodass Photonen an diesen Seiten nicht reflektiert werden.

$\Rightarrow$  Nur die resonanten Moden sind deswegen erlaubt, bauen sich auf und nehmen am stimulierten Emissionsprozess teil.

Während der optische Resonator die Photonen mit bestimmten Eigenschaften einschünt, muss beachtet werden, dass die aktive Zone im Laser in der e-h Paare rekombinieren nur einen Bruchteil des optischen Resonators ausmachen.

Es ist deswegen wichtig, dass ein großer Teil der optischen Wellenform mit der aktiven Zone überlappt, da nur dieser Teil für die stimulierte Emission verantwortlich ist.

Es ist deswegen wichtig, die Laserstruktur so zu entwerfen, dass die optische Welle in dem Bereich wo e-h Paare rekombinieren eine hohe Aufenthaltswahrscheinlichkeit hat.

## ③ führte optische Fasern in einem planaren Wellenleiter

Stellen wir uns einen ebenen Wellenleiter wie in der nächsten Folie vor, wo ein Material mit großem Brechungsindex (z.B. Sil. Ep.)

Folie Folie 1

von einem Material mit niedrigem Brechungsindex umgeben ist. Die Dicke der Führungsschicht ist d. Einfachheitshalber nehmen wir an, dass oben und unten dasselbe Material mit demselben Brechungsindex ist. d.h.  $n_{r2} = n_{r3}$ .

Für den Fall dass sich die elektromagnetische Welle in z-Richtung ausbreitet und unter der Annahme, dass keine räumliche Variation der Welle in y-Richtung vorliegt, sind die Wellengleichungen für die elektrischen und magnetischen Felder

$$\overset{\leftrightarrow}{E} = E(x, y) \cdot \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

$$\overset{\leftrightarrow}{H} = H(x, y) \cdot \exp[i(\omega t - \beta z)]$$

Die x-abhängigkeit der Felder ist aus den Maxwell'schen Gleichungen über die gewöhnliche Wellengleichung erhaltbar.

$$\frac{\partial^2 F_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \epsilon \mu - \beta^2) \cdot F_y = 0$$

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + (\omega^2 \epsilon \mu - \beta^2) \cdot H_y = 0$$

Diese zwei Gleichungen stellen Wellen dar die als

TE (transversal elektrisch, das elektrische Feld  $\overset{\leftrightarrow}{E}$  ist entlang der y-Richtung d.h. in den Schichten parallel)

und TM (transversal magnetisch, das magnetische Feld  $\overset{\leftrightarrow}{H}$  ist entlang der y-Richtung

## APPENDIX E. OPTICAL WAVES IN WAVEGUIDES AND CRYSTALS

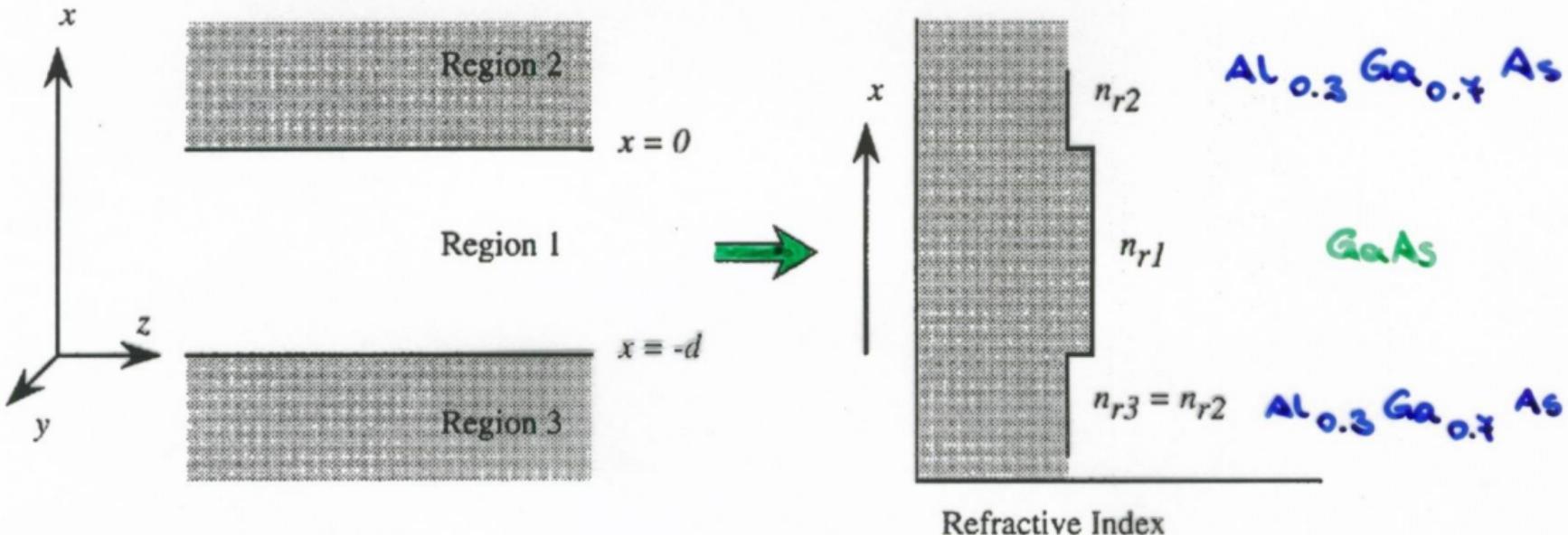


Figure E.1: A planer waveguide in which the refractive index (dielectric constant) varies in the  $x$ -direction.

Für den Fall der TE polarisierten Licht kann obige Gleichung umgeformt werden in:

$$\left\{ \frac{\partial^2 F_y}{\partial x^2} + (u_r k_0^2 - \beta^2) \cdot F_y = 0 \right.$$

wobei:

$$\omega \cdot \sqrt{\epsilon_r} = u_r \cdot k_0$$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$(d.h. \quad \frac{\omega}{\epsilon_r} = \frac{2\pi v}{\lambda_0} = \frac{v \lambda_0}{u_r} = c)$$

$$\sqrt{\epsilon_r} = c$$

aus der Wellengleichung sieht man sofort, dass die Lösung entweder eine oszillierende Welle ist, d.h.

$$F_y \sim \exp(i k_x x) \quad \text{für } u_r^2 k_0^2 > \beta^2$$

mit  $k_x = \sqrt{u_r^2 k_0^2 - \beta^2}$

oder exponentiell abfällt: (d.h. gedämpfte Welle

$$F_y \sim \exp(-\mu x) \quad \text{für } u_r^2 k_0^2 < \beta^2$$

mit  $\mu = \sqrt{\beta^2 - u_r^2 k_0^2}$

Die Wellenleiter werden jetzt so entworfen, dass für einige Kosten das elektrische Feld eine allgemeine Form von der oszill. Welle in der Führungsschicht hat und in der Umgebungsenschicht exponentiell abfällt. Damit erhalten wir folgende Lösung für das elektr. Feld:

$$F_y = \begin{cases} A \cdot \exp(-\mu x) & 0 \leq x \leq d \\ B \cdot \cos(k_x x) + C \cdot \sin(k_x x) & -d \leq x \leq 0 \\ D \cdot \exp(\beta(x+d)) & -\infty \leq x \leq -d \end{cases}$$

Nach den Randbedingungen, dass  $F_y$  und  $\frac{\partial F_y}{\partial x}$  an den Grenzen bei  $x=0$  und  $x=-d$  stetig ist erhalten wir für die allgemeine Lösung:

$$F_y = \begin{cases} A' \cdot \exp(-\mu x) & 0 < x < \infty \\ A' \cdot [\cos(\kappa_x x) - (\frac{\kappa_x}{\mu} x) \cdot \sin(\kappa_x x)] & -d < x < 0 \\ A' \cdot [\cos(\kappa_x d) + (\frac{\kappa_x}{\mu} d) \cdot \sin(\kappa_x d)] \cdot \exp[\mu(x+d)] & -\infty < x < -d \end{cases}$$

Die Lösung erhält man jetzt durch Einsetzen in die Wellengleichung. Dies liefert zwei transzendentale Gleichungen, wobei entweder die Gleichung

$$\left\{ \frac{\kappa_x d}{2} \cdot \tan\left(\frac{\kappa_x d}{2}\right) = \frac{\mu d}{2} \right\} \rightarrow \text{für gerade Nöden}$$

oder

$$\left\{ \frac{\kappa_x d}{2} \cdot \cot\left(\frac{\kappa_x d}{2}\right) = -\frac{\mu d}{2} \right\} \rightarrow \text{für ungerade Nöden}$$

Diese Gleichungen können jetzt entweder numerisch oder graphisch wie in Folie E2 gelöst werden.

### Folie E2

Man beginnt durch Zeichnen der Kurven in der  $\kappa_x d / 2$ ,  $\mu d / 2$  Ebene, die die beiden obigen Gleichungen erfüllt. (strichlierte Kurven). Beachten Sie, dass für eine große Anzahl von  $\kappa_x$  für einen bestimmten  $\mu$  nur die Gleichungen erfüllt sind.

Weiters wissen wir, dass folgende Gleichheit gilt:

$$\left(\frac{\kappa_x d}{2}\right)^2 + \left(\frac{\mu d}{2}\right)^2 = (u_{r_1}^2 - u_{r_2}^2) \cdot \left(\frac{\kappa_x d}{2}\right)^2 := R(d)$$

Wir zeichnen jetzt einen Kreis mit Radius  $R(d)$ . Für einen gegebenen Wert von  $u_{r_1}$ ,  $u_{r_2}$  und  $d$  erhalten wir damit einen Kreis. Die Schnittpunkte des Kreises mit den Kurven liefern damit die gewünschte Lösung.

## E.1. GUIDED OPTICAL MODES ...

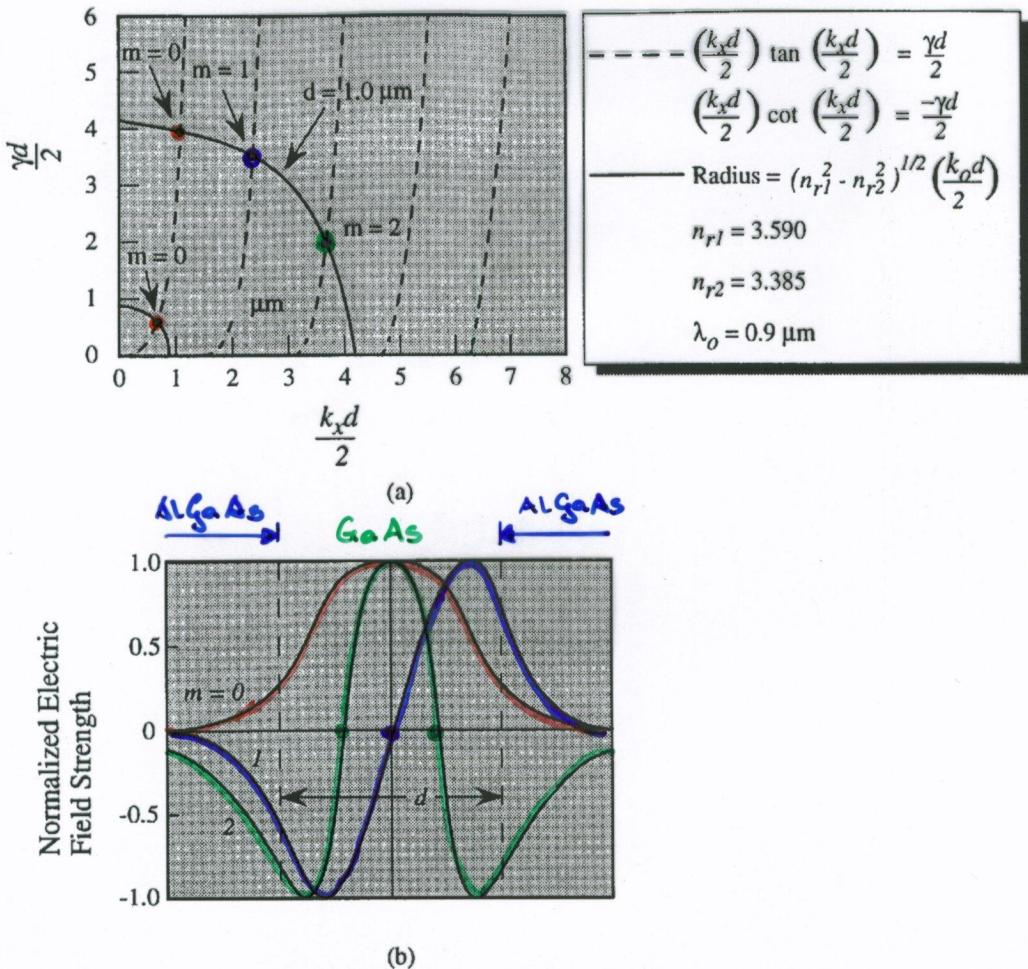


Figure E.2: (a) The graphical approach to solving for the allowed modes in a waveguide. (b) Typical solutions for the waveguide modes.

Es kann jetzt mehrere erlaubte Formen für eine vorgegebene Wellenleiterdicke geben. Die Anzahl der erlaubten Röder nimmt mit der Wellenleiterdicke  $d$  zu. (Radius wird größer)

Um die Cutoff Mode für eine bestimmte Dicke zu finden müssen wir, dass  $\frac{(\frac{\pi}{2} d)}{2} \cdot \tan\left(\frac{\pi d}{2}\right)$  die  $\frac{\pi d}{2}$  Stelle bei Werten von  $n \cdot \frac{\pi}{2}$  schreibt. Die Dicke bei der die Röde ungerade noch erlaubt ist ist damit gegeben durch

$$R(d_c) = \frac{n \cdot \pi}{2}$$

oder

$$d_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{n \cdot \pi}{\sqrt{u_{r,n}^2 - u_{r,c}^2}}$$

Ist  $u_r$  oder  $\beta$  bekannt, dann ist die Ausbreitungs konstante  $\beta$  bekannt für einen freien Raum  $k_0$  aus der Beziehung

$$k_x^2 = u_{r,n}^2 \cdot k_0^2 - \beta^2$$

typische Röderprofile sind Fig. E2. (a) gerichtet.

### Der optische Confinement Faktor

Ein wichtiger Parameter im optischen Wellenleiter ist der Bruchteil der optischen Energie in der Leiterschicht. Dies wird auch als optischer Confinement factor  $T$  bezeichnet. Für Halbleiterlasern wird nur dieser Bruchteil des optischen Anteils für stimmlicht Emission verwendet.

$$T = \frac{\int_0^d E_y^2 dx}{\int_{-a}^a E_y^2 dx}$$

Unter Verwendung von der Lösung von  $\tilde{Y}$  erhalten wir

$$\boxed{T = \left\{ 1 + \frac{\cos^2(\frac{\pi x d}{2})}{g \cdot \left[ \frac{d}{2} + \left( \frac{1}{\lambda_x} \right) \sin\left(\frac{\pi x d}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi x d}{2}\right) \right]} \right\}^{-1}}$$

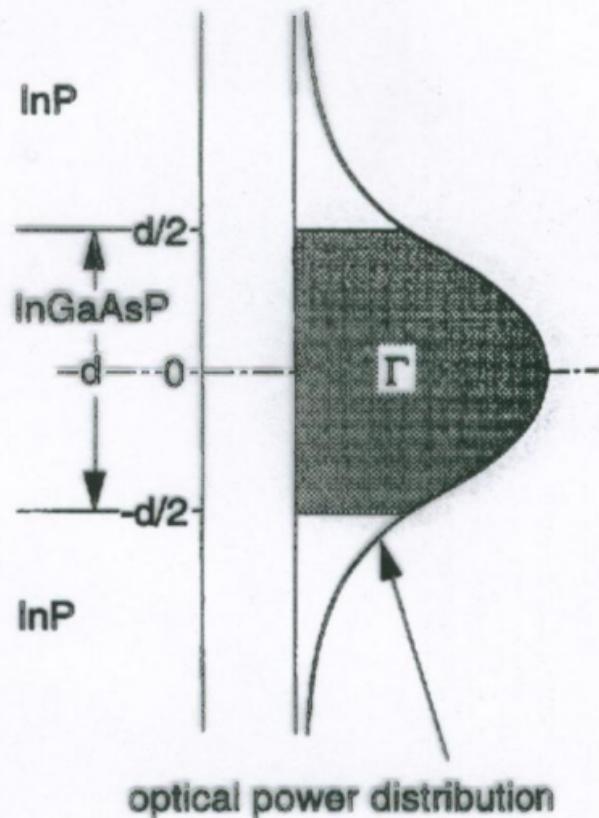
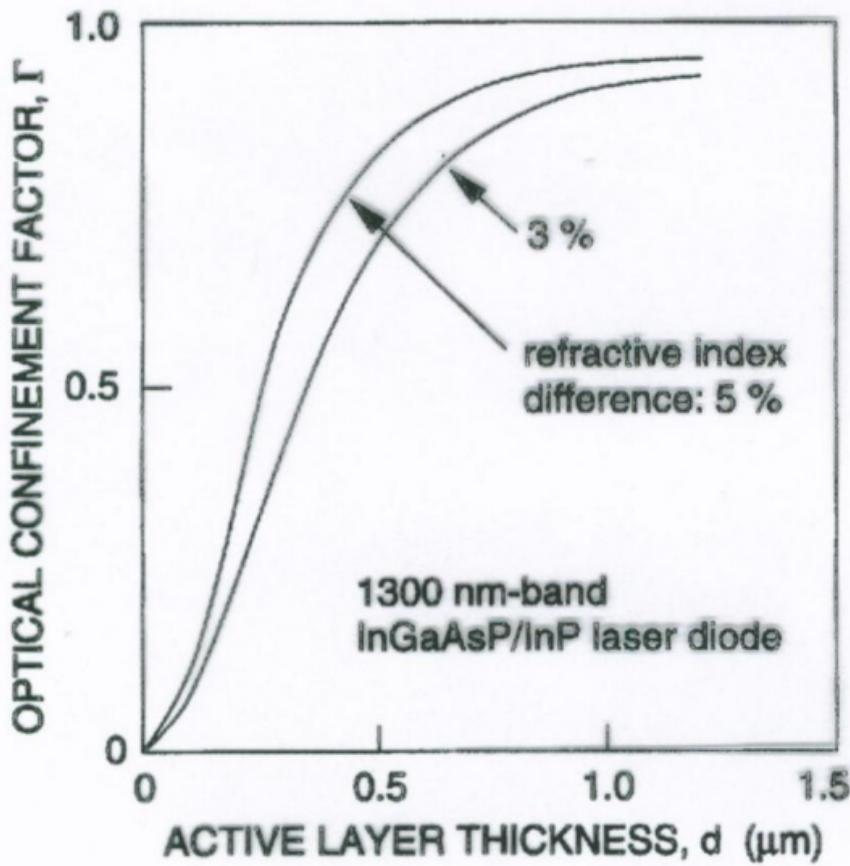
Der Wert von  $T$  hängt stark von der Röhrenzahl ab, der Dicke der WellenleiterSchicht (d.h. des aktiven Bereichs im Laser) und den Brechungsindex unterscheiden  $n_{r1}$  und  $n_{r2}$ .

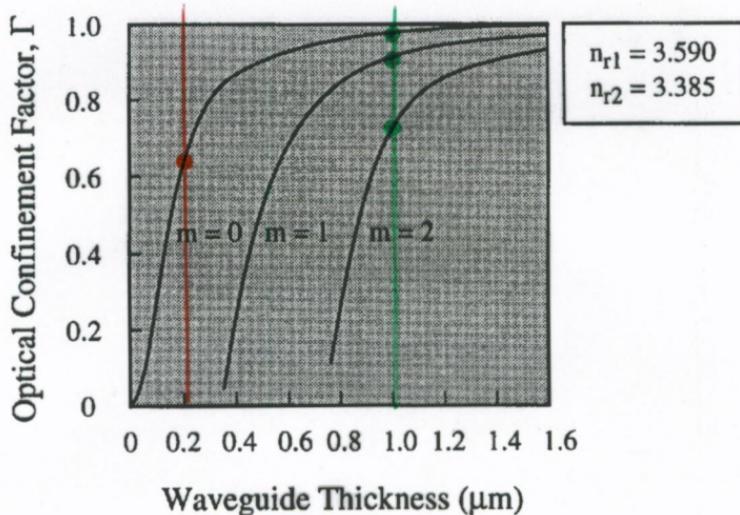
### Folie E3

In dieser Folie ist für einen GaAs / Al<sub>0.3</sub>Ge<sub>0.7</sub>As Wellenleiter  $T$  als Funktion der Wellenleiterdicke für die ersten 3 Röhren dargestellt.

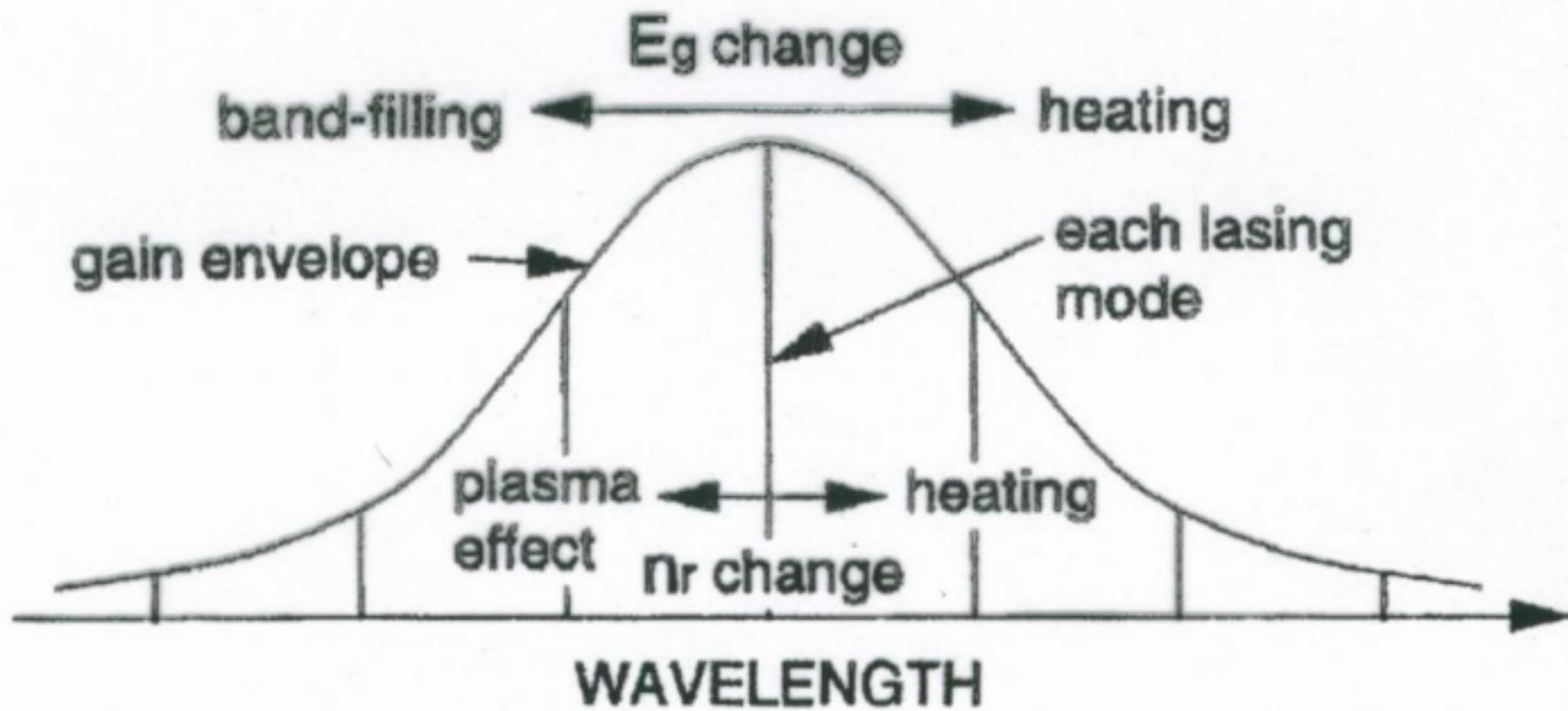
Dieser Konfidenz faktor  $T$  ist für "bulk" doppel heterostrukturen, wo die aktive Zone eine Breite  $d \geq 1 \mu\text{m}$  hat nahezu eins, während für fortschrittlichere Quantenwellenlaser  $T$  so klein wie 1% ist.

Trotz dieser kleinen  $T$  haben QW-Laser eine bessere Performance aufgrund ihrer herausragenden elektrischen Eigenschaften die auf die 2-dim Zustandsdichte zurückzuführen.



Figure E.3: Optical confinement factor as a function of waveguide thickness.

Beispiel: für  $m=3$  gibt es 3 Moden mit unterschiedlichem Konfinement faktor !



### 3.1 Optische Absorption, Verluste und Verstärkung

Ein mit einer elektromagnetischen Welle verbundener Photostrom, der durch einen Halbleiter wandert kann durch folgende Gleichung beschrieben werden:

$$I_{ph} = I_{ph}^0 \cdot \exp(-\alpha z)$$

wobei  $\alpha$  ... der Absorptionskoeffizient (positive Größe)  
 $I_{ph}^0$  ... der Photostrom bei  $z=0$

Die optische Intensität  $P_{opt} = I_{ph} \cdot h\nu$  fällt exponentiell ab wenn die Welle sich in  $z$ -Richtung ausbreitet und  $\alpha$  positiv ist.

Werden jedoch Elektronen und Löcher in das Leitungsband - bzw. Valenzband gepumpt, dann kann der  $e^-h$  Rekombinationsprozess (d.h. die Photonenemission) stärker sein als der Umkehrprozess der  $e^-h$  Erzeugung (d.h. der Absorption).

In allgemeinen wird ein Verstärkungskoeffizient  $g(h\nu)$  definiert durch

$$\text{gain} := \text{emissionskoeffizient} - \text{absorptionskoeffizient}$$

$$g(h\nu) = -\alpha(h\nu)$$

Ist  $f^e(E^e)$  und  $f^h(E^h)$  die Elektronen bzw. Löcher Besetzung, so hängt der Emissionskoeffizient von dem Produkt  $f^e(E^e) f^h(E^h)$  ab

während der Absorptionskoeffizient von dem Produkt von  $(1-f^e(E^e))$

und  $(1-f^h(E^h))$ . Weiters gilt wieder

$$E^e = E_C + \frac{m_e^*}{m_e} (h\nu - E_F)$$

$$E^h = E_V - \frac{m_h^*}{m_h} (h\nu - E_F)$$

Die Besetzungswoahrscheinlichkeiten  $f^e$  und  $f^h$  werden durch die Quasi-Fermi-Niveaus für Elektronen und Löcher beschrieben.

Die Verstärkung, die ja die Differenz zwischen Emissions- und Absorptionskoeffizient ist, ist jetzt proportional zu

$$g(\hbar\omega) \sim f^e(\epsilon^e) f^u(\epsilon^u) - \{1 - f^e(\epsilon^e)\} \{1 - f^u(\epsilon^u)\} = \\ = \{f^e(\epsilon^e) + f^u(\epsilon^u) - 1\}$$

Die optische Welle hat nun eine allgemeine räumliche Intensität abhängigheit

$$I_{ph} = I_{ph}^0 \cdot \exp(g(\hbar\omega) \cdot z)$$

und wenn  $g$  positiv ist, dann wächst die Intensität, da zusätzliche Photonen durch Emission zur Intensität dazugegeben werden.

Die Bedingung für eine positive Verstärkung erfordert "Inversion" des Halbleitersystems, d.h.

$$\boxed{f^e(\epsilon^e) + f^u(\epsilon^u) > 1}$$

Um diese Bedingung zu erfüllen müssen die Quasi-Fermionen aus in das jeweilige Band (LB bzw VB) eindringen (d.h. entartet HL)

Der exakte Ausdruck für die Verstärkung ist in folke Halbleitern

$$\boxed{g(\hbar\omega) = \frac{\pi \cdot e^2 \cdot t}{w_0^2 \cdot c \cdot n_r \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{1}{\hbar\omega} \cdot |\alpha_{PCV}|^2 \cdot N_{CV}(\hbar\omega) \cdot [f^e(\epsilon^e) + f^u(\epsilon^u) - 1]}$$

Wird jetzt  $f^e(\epsilon^e) = 0 = f^u(\epsilon^u)$ , dann ist  $g(\hbar\omega) = -\alpha(\hbar\omega)$ , d.h.

der negative Absorptionskoeffizient.  $\delta$

Für Gases und einem unpolarisierten Licht gilt: ( $\hbar\omega, \epsilon_g$  in eV)

$$g(\hbar\omega) \approx 5.6 \times 10^{-4} \cdot \frac{(\hbar\omega - \epsilon_g)^2}{\hbar\omega} \cdot [f^e(\epsilon^e) + f^u(\epsilon^u) - 1] \text{ cm}^{-1}$$

Für einen anderen Halbleiter A ändert sich der Faktor nur durch

$$\left[ \frac{w_r^*(A)}{w_r^*(\text{Gase})} \right]^{\frac{3}{2}}$$

Man geht die tatsächliche Verstärkung eines Materials als Funktion der injizierten Ladungsdichten  $n (= p)$  zu berechnen, wofür man die Elektronen und Löcher - Quasi Fermi niveaus und die Besetzungswahrscheinlichkeit  $f^e(E^e)$  und  $f^h(E^h)$  finden, wobei  $E^e$  und  $E^h$  mit bsw über die vorherige Gleichung (s.S. 81) zusammenhängen.

Es ist jedoch zu beachten, dass ein faser unter den Bedingungen arbeitet, wo  $f^e$  und  $f^h$  größer als 0.5 sind. Für diesen Hochinjektionsbereich, kann die Besetzungswahrscheinlichkeit nicht mehr genau genug durch die Boltzmannstatistik beschrieben werden, sondern es muss die Joyce-Dixon Näherung zur Bestimmung des Fermi niveaus herangezogen werden.

Für eine gegebene Injektionsdichte  $n (= p)$  ist die Lage der Quasifermi niveaus

$$E_{Fn} = E_C + k_B T \cdot \left[ \ln \frac{N_e}{N_h} + \frac{1}{k_B T} \cdot \frac{n}{N_e} \right]$$

$$E_{Fp} = E_V - k_B T \cdot \left[ \ln \frac{N_h}{N_e} + \frac{1}{k_B T} \cdot \frac{f^h}{N_h} \right]$$

ergeben. Damit kann jetzt die Verstärkung berechnet werden. Für kleine Injektionen, ist  $f^e$  und  $f^h$  ziemlich niedrig und die Verstärkung  $g$  ist negativ. Durch Erhöhung der Injektion kann für Elektronen und Löcher in der Nähe der Bandkante  $f^e$  und  $f^h$  größer werden und damit einen positiven Gain bekommen. Für  $k_B T \gg E_g$  bleibt jedoch auch für hohe Injektion die Verstärkung immer negativ.

Die allgemeine Form der Verstärkung - Energie Kurve ist für unterschiedliche Injektionsniveaus in Folie gezeigt.

## Materiel - gain:

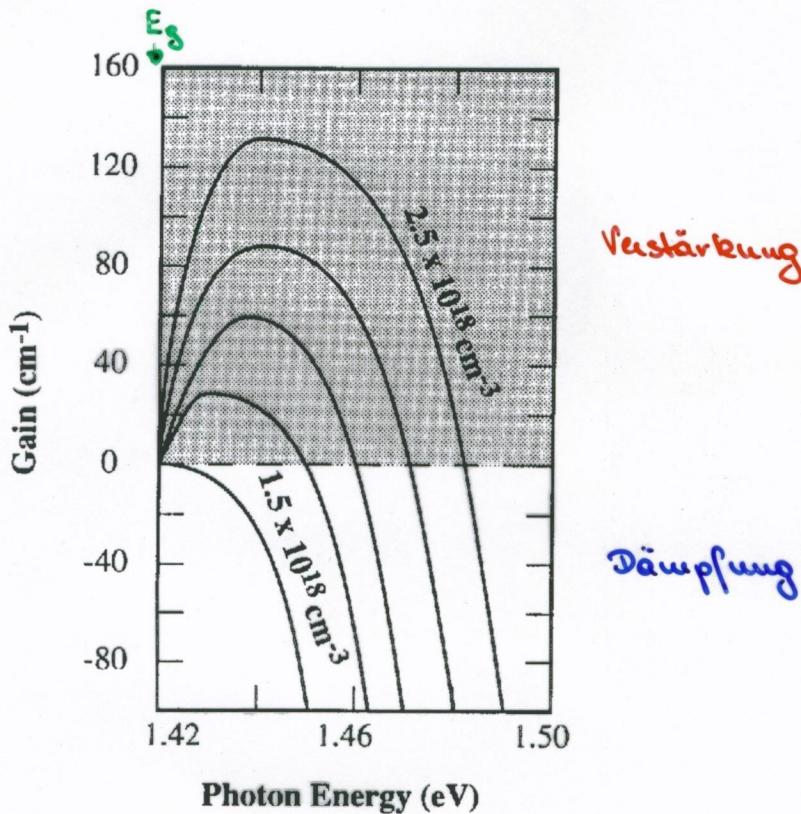
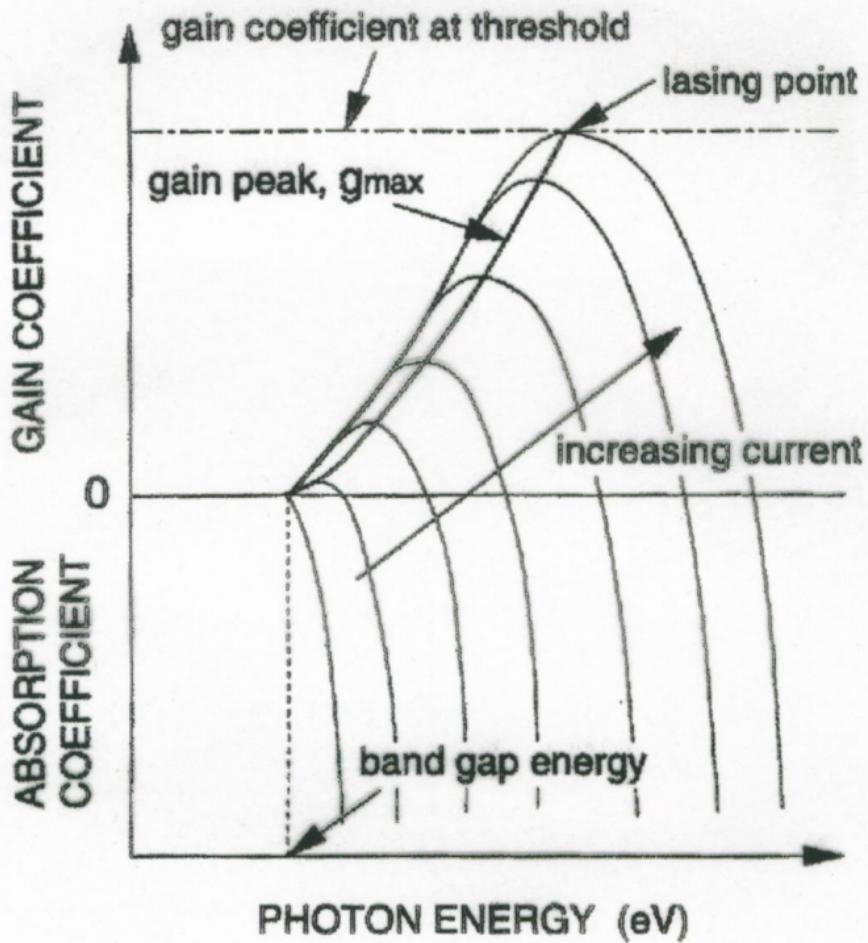
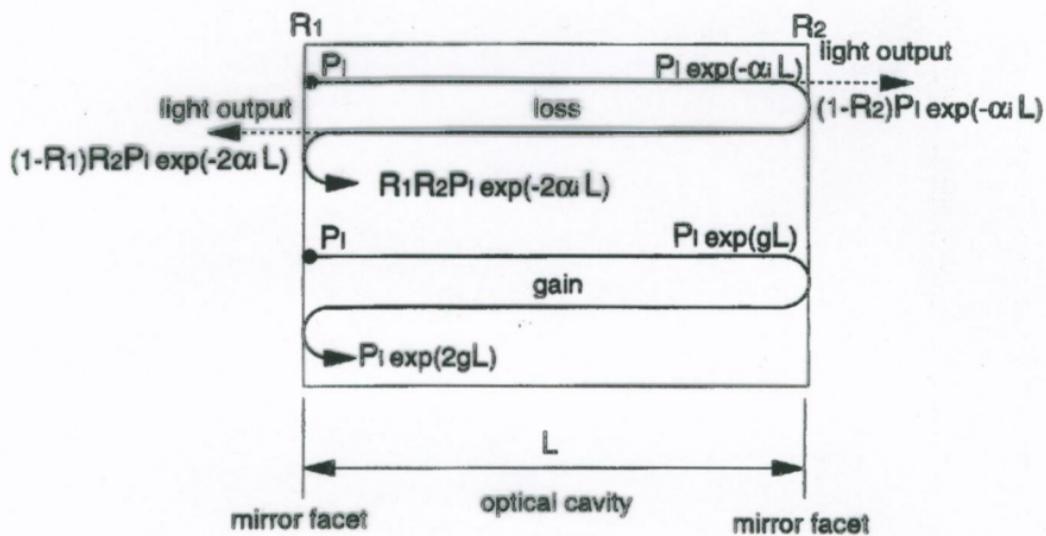


Figure 10.4: Gain vs. photon energy curves for a variety of carrier injections for GaAs at 300 K. The electron and hole injections are the same. The injected carrier densities are increased in steps of  $0.25 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  from the lowest value shown.



# Fabry - Perot - Resonator



Bis jetzt haben wir nur den sogenannten "Material-gain" diskutiert und dieser kommt aus dem aktiven Bereich wo Rekombination ereignet.

Optimal ist dieser aktive Bereich von sehr kleiner Dimension (z.B. QW-laser)

In diesem Fall wird jetzt die neue Größe

Carity gain definiert werden, da nur in diesen Bereichen aktive verstärkt wird.

$$\text{carity gain} = g(\text{thz}) \cdot T$$

wobei  $T$  der optische Confinement faktor ist. Für DFL-laser  $T \approx 1$ , für QW-laser  $\approx 0.01$ . Für einen QW-laser kann die gesamte Carity gain trotzdem sehr hoch sein, da die Verstärkung in einer QD für eine fixe Injektionsdichte sehr hoch sein kann im Vergleich zu Bulk Halbleitern.

### Verluste:

Damit ein Laser zum Oszillieren beginnt, ist es wichtig, dass die mit einem Resonator verbundene Verstärkung ausreicht, die im faser von verschiedenen Verlusten zu überwinden.

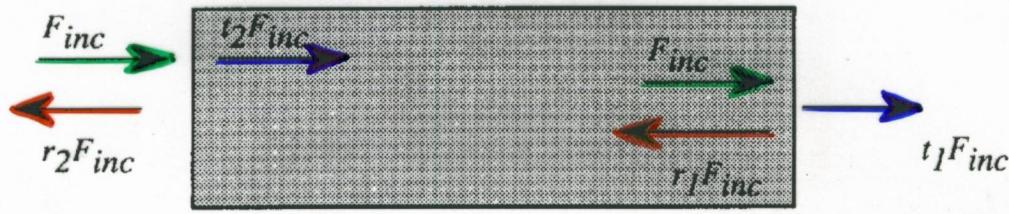
Verluste am Photon entstehen:

- Aufgrund von Absorption von Photonen in der "Cavity"-Führungszone und den Kontaktien des Laser.
- Aufgrund von Austritten der Photonen aus dem Resonators.

Die Resonator verluste  $\alpha_{loss}$  sind hauptsächlich auf freie Ladungsträgerabsorption von Licht zurückzuführen. Dieser Prozess ist jedoch ein Prozess zweiter Ordnung und kann in gutem Material so klein wie  $\alpha_{loss} \approx 10 \text{ cm}^{-1}$  sein.

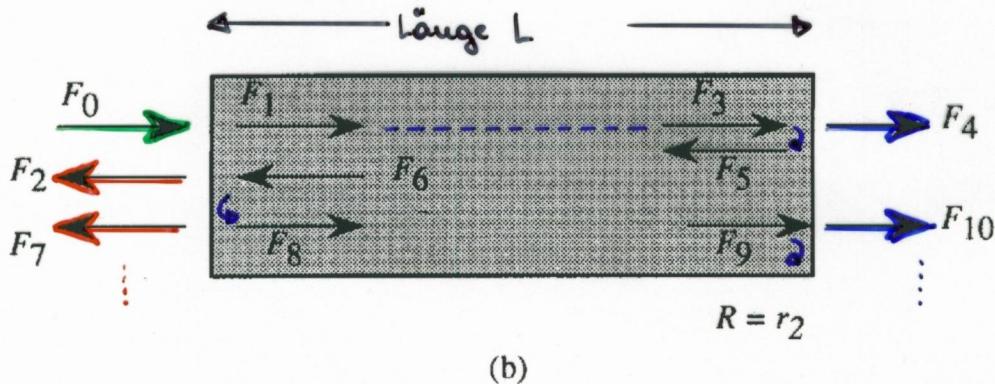
## Fabry - Perot - Resonator

$r_1$ : Amplitude reflected at the semiconductor - air boundary  
 $t_1$ : Amplitude transmitted at the semiconductor + air boundary  
 $r_2$ : Amplitude reflected at the semiconductor - air boundary  
 $t_2$ : Amplitude transmitted at the semiconductor + air boundary



$$R = r_2$$

(a)



$$R = r_2$$

(b)

$$\begin{aligned} F_1 &= t_2 F_0; & F_3 &= A F_1; & F_5 &= r_1 F_3 \\ F_2 &= r_2 F_0; & F_4 &= t_1 F_3; & F_6 &= A F_5 \end{aligned}$$

$A$  = Amplitude gain

Figure 10.5: (a) A schematic of the Fabry-Perot cavity showing the reflectance and transmittance of waves. (b) The path of a light wave as it moves through the cavity.

$$F_{\text{trans}} = F_4 + F_{10} + \dots = \frac{t_1 \cdot t_2 \cdot A}{1 - A^2 \cdot r_1^2} \cdot F_0$$

$$F_{\text{refl}} = F_2 + F_8 + \dots = \left( r_2 + \frac{r_1 \cdot t_1 \cdot t_2 \cdot A^2}{1 - A^2 \cdot r_1^2} \right) \cdot F_0$$

wobei

$$A := \exp \left[ \left( \frac{g_{\text{tot}}}{2} + i \omega \right) \cdot L \right]$$

$$g_{\text{tot}} = T \cdot g - \alpha_{\text{loss}}$$

Die Absorptionsverluste im Resonator sind durch den Absorptionskoeffizienten des Materials gegeben zu  $\alpha_{loss} = 20 \text{ cm}^{-1}$ . Berechne die Resonatorlänge bei der die Absorptionsverluste gleich groß wie die Spiegelverluste sind.

$$\alpha_R = \alpha_{loss} = -\frac{1}{L} \cdot \ln R$$

$$\Rightarrow L = -\frac{1}{20} \cdot \ln(0.33) = 0.551 \text{ mm} = \underline{\underline{551 \mu\text{m}}}$$

#### 4. Der Laser unterhalb und oberhalb des Schwellwerts

Folie Fig. 10.6 + Folie Fig. 9.12 (P. LED)

Wenn wir die Lichtausbeute eines LED und einer LD vergleichen, sehen wir ganz wichtige Unterschiede. Bei einer LD zeigt sich eine ganz abrupte Änderung im Verhalten unterhalb und oberhalb der Schwellwertsbedingung.

Die Schwellwertsbedingung wird gewöhnlich als die Bedingung betrachtet bei der die Resonatorverstärkung gerade die Resonatorverluste aufhebt d.h.

$$\overbrace{T^*(g(\omega))} = \alpha_{loss} - \frac{\ln R}{L}$$

In hochqualitätslaser ist  $\alpha_{loss} \sim 10 \text{ cm}^{-1}$  und die Reflexionsverluste an den Spiegeln sind in der selben GröÙe.

Eine andere nützliche Bedingung für Laser ist die Bedingung der Transparenz, wo das nicht weder Absorption noch Verstärkung erfordert

$$\overbrace{T^*(g(\omega))} = 0$$

faser aktion ereignet sich dann, wenn  $F_{\text{trans}}$  und  $F_{\text{ref}}$  exist obwohl

$F_0$  Null ist, d.h. Die Photonenverteilung in dem Resonator ist ausreichend um Photonen auch außerhalb des Resonators zu erzeugen. Dies erfordert einen ganz bestimmten Wert für die totale Verstärkung  $G_{\text{tot}} = T \cdot g_{\text{thr}}$ .

Damit fassen beginnt man jetzt

$$A^2 \cdot r_1^2 = 1$$

... laser bedingung für elektr. Feld

Der Realteil dieser Bedingung aus  $A = \exp \left[ \frac{g_{\text{tot}}}{2} + ik \right] L \right] = \exp \left( \frac{g_{\text{tot}}}{2} \cdot L \right) \exp(ikL)$  ergibt:

$$g_{\text{tot}}^{(\text{th})} = T \cdot g_{\text{thr}} - \alpha_{\text{loss}} = \frac{1}{L} \cdot \ln(r_1^{-2})$$

oder mit  $R = r_1^2$  ... Reflexionskoefizient der Intensität

$$T \cdot g_{\text{thr}} = \alpha_{\text{loss}} - \frac{1}{L} \cdot \ln R$$

$\alpha_{\text{loss}}$  Absorptionsverluste       $R$  Spiegelverluste

Der Phasenanteil (Imaginärteil) für die Laserbedingung erfordert,

d.h.

$$\exp(ikL) = 1 \Rightarrow kL = m \cdot \frac{\pi}{L} \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Leftrightarrow \lambda_0 = \frac{\lambda}{m}$$

wobei  $m$  eine ganze Zahl ist (d.h. die Resonatorlänge ist ein ganzzahliges Vielfaches der Laserwellenlänge  $\lambda$ )

Olige Schwellbedingung gilt für den einfachsten Fall eines FP-lasers für DFB bzw. VCSEL gelten ähnliche Bedingungen.

Für GaAs-Luft Interface ist der Reflexionskoefizient

$$R = \frac{(n_r(\text{GaAs}) - 1)^2}{(n_r(\text{GaAs}) + 1)^2} \approx 0.33$$

da der Brechungsindex von GaAs gleich 3.66 ist.

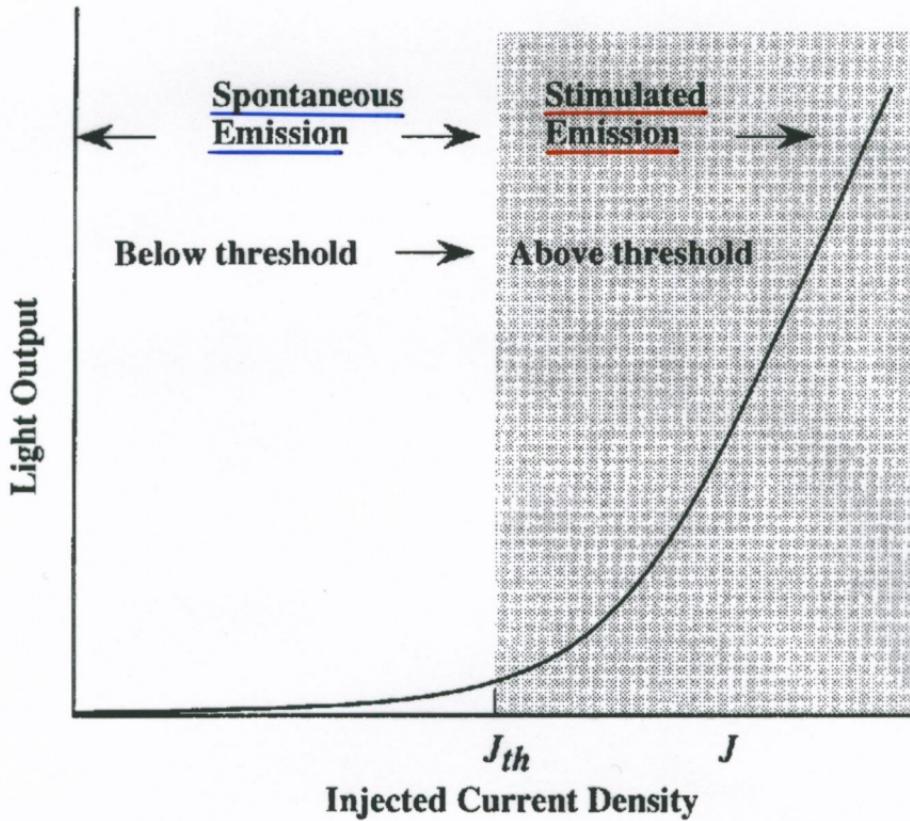


Figure 10.6: The light output as a function of current injection in a semiconductor laser. Above threshold, the presence of a high photon density causes stimulated emission to dominate.

In einem Halbleiterlaser ist es wichtig zwei Bereiche zu unterscheiden.

Bei kleinem Vorwärtsstrom ist die Anzahl der Elektronen und Löcher die injiziert werden klein. Dadurch ist die Verstärkung im Bauelement zu niedrig um die Resonatorverluste (d.h. Spiegelverluste) zu überwinden. Die Photonen werden damit entweder absorbiert oder gehen nach außen als Verlust p. stim. Emission.

=> Kein Aufbau von Photonen und damit von stimulierter Emission  
=> spontane Emission - Arbeitsweise ähnliche LED

Wird die Vorwärtsspannung der LD erhöht, dann erhöht sich die Anzahl der injizierten Ladungsträger die rekombinieren, die Verstärkung wird größer und erreicht damit für einige Photonenenergien die Schwellenbedingung. Die Photonenzahl beginnt sich nun aufzu bauen innerhalb des Resonators.

Wird d. Stromdichte weiter erhöht beginnt die stimulierte Emission zu werden.

wirksam & und dominiert sie über die spontane Emission,

Unterhalb der Schwellen arbeitet die LD wie eine LED aber, da diese zusätzlich noch hohe Resonatorverluste überwinden muss um aus dem Bauelement zu entkommen.

Ist  $\beta_{loss}$  der Bruchteil, der nicht aus dem Bauelement raus kann,

$$I_{ph} = (1 - \text{Verlust}) \cdot (\text{totale e-h Rekombination / sekunde}) \\ = (1 - \text{Verlust}) \cdot (c \cdot \text{Teilchenstrom})$$

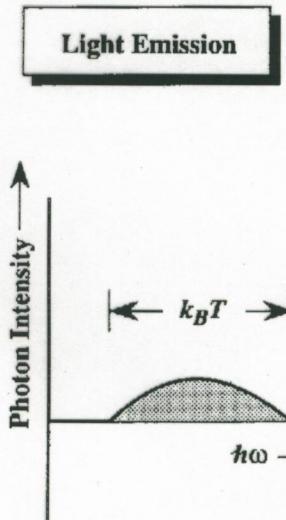
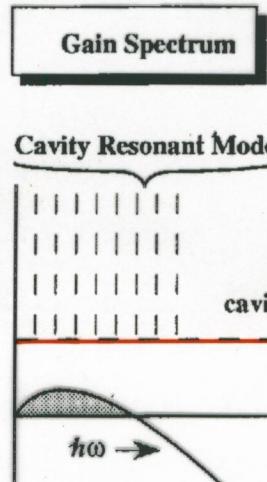
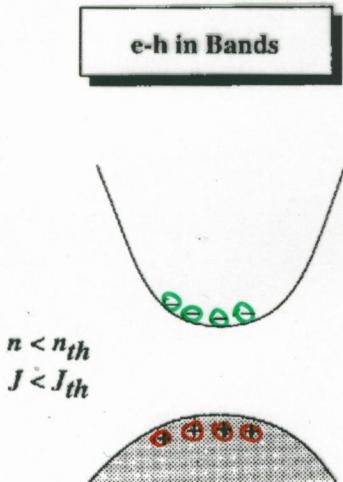
$$I_{ph} = (1 - \beta_{loss}) \cdot (R_{\text{spur}} \cdot A \cdot d_{\text{laser}}) = (1 - \beta_{loss}) \cdot \frac{I}{c}$$

A ... laserfläche

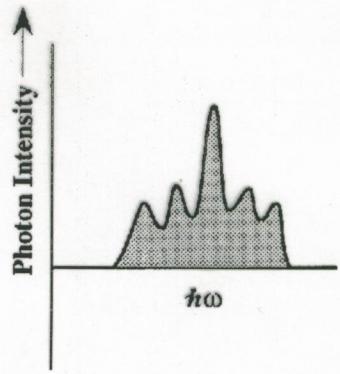
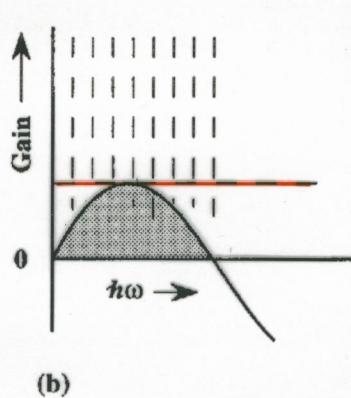
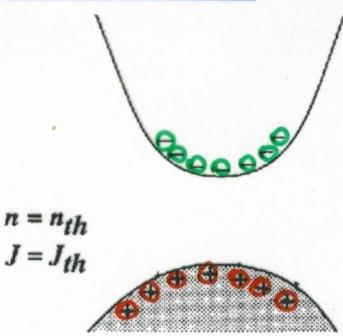
$d_{\text{laser}}$  ... Dicke des aktiven Schicht

=> Sichtausklink niedriger als bei LED aufgrund von  $\beta$

### Unterhalb der Schwellen:



### bei der Schwellen:



### oberhalb der Schwellen:

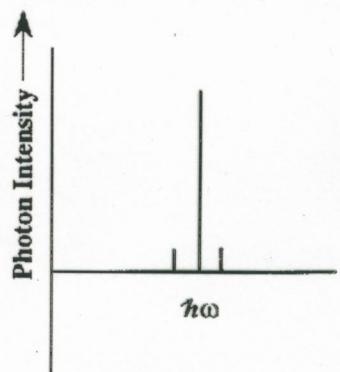
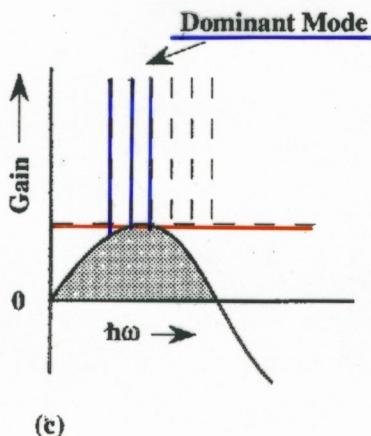
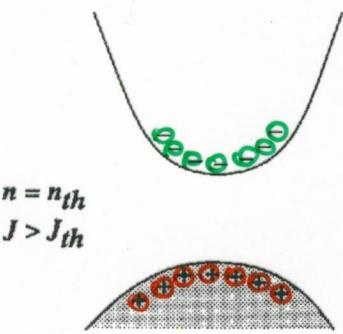
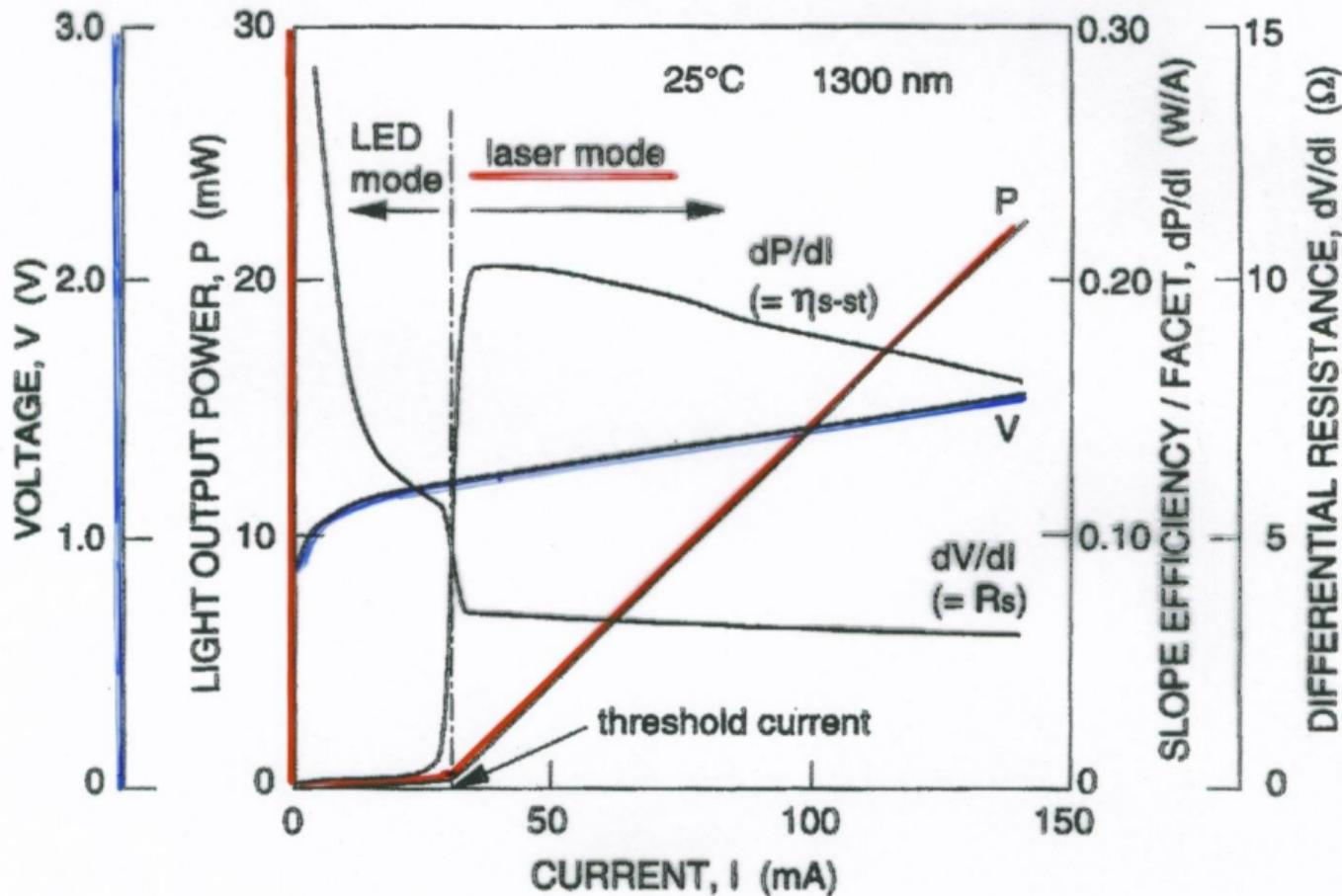


Figure 10.7: (a) The laser below threshold. The gain is less than the cavity loss and the light emission is broad as in an LED. (b) The laser at threshold. A few modes start to dominate the emission spectrum. (c) The laser above threshold. The gain spectrum does not change but, due to the stimulated emission, a dominant mode takes over the light emission.



## oberhalb der Schelle:

Überlegen Wechselwirkung von Photonen und Elektronen über die

### Raten gleichung:

teil  $S_m$  ... Photonenbesetzung pro Einheitsfläche in der Mode  $m$

$N_{2D}$  ...  $[N_{2D} = N_{3D} \cdot d]$  Flächen Ladungsdichte

### Raten gleichung f. Photonen dichte:

Rate der Photonen dichteänderung = Stimulus Emission - Resonator Verluste  
+ spontane Emission

$$= D \quad \frac{dS_m}{dt} = [T_g(N_{2D}, E_m) - \alpha_c] \cdot \frac{c}{u_r} \cdot S_m + \beta \cdot Rsp(N_{2D})$$

wobei die Resonator verluste

$$\alpha_c = \alpha_{\text{voss}} + \frac{1}{L} \ln R$$

Der Parameter  $\beta$  wird als spontaner Emissionsfaktor bezeichnet und gibt an welcher Bruchteil der spontanen Emission bei der speziellen Resonator mode emittiert. Da die Frequenz der sp. Emission  $\sim \Delta T$  ist während die Moden breit einige  $\mu\text{eV}$  ist

ist  $\beta$  typischerweise  $\sim \frac{25 \mu\text{eV}}{1.10^3 \text{ meV}} \sim 10^{-4} - 10^{-5}$  für FP-Resonatoren.

### Für eine Mode m:

Die verschiedenen Faktoren in der Raten gleichung sind folgende:

#### a) Stimulus Emission

$P_{\text{stim}} = \text{Verstärkung des Resonators} \times \text{Sichtgeschwindigkeit} \times \text{Photonen dichte}$

$$= \frac{T_g \cdot c \cdot S_m}{u_r}$$

#### b) Photonen verluste durch Resonator verluste (Absorption + ausgetr. Photonen)

$$\text{Verlustrate} = \alpha_c \cdot \frac{E}{u_r} \cdot S_m$$

beachte die Photonen lebensdauer oder Verweilzeit im Resonator

$$\left\{ \frac{1}{\tau_{\text{ph}}} = \frac{\alpha_c \cdot c}{u_r} \right\}$$

#### c) Spontane Emissions rate $\beta \cdot Rsp$

Beachte, daß bei der Schwelle  $g_{th} - \alpha_c = 0$  die Photonen dichte in der Mode  $m$

$$S_m = \frac{\beta \cdot R_{sp}(u_{20})}{c \cdot T} \cdot \left[ g_{th} - g(u_{20}, E_m) \right]^{-1}$$

Wie wir aus dem Ausdruck für die Verstärkung  $g(E)$  vs. der Energie wissen, hat diese Funktion bei einer bestimmten Energie ein Maximum.

Wird jetzt die Verstärkung erhöht, so wird die diesem Maximum am nächsten liegende Mode damit beginnen mit Hilfe der stimulierten Emission einen hohen Anteil der Photonen dichte zu haben. Moden die etwas weiter weg sind werden deshalb eine geringere Photonen dichte besitzen.

Ist jetzt  $p$  die dem Maximum der Gainkurve entsprechende Mode, (d.h.  $dg/d\gamma = 0$  am Maximum) so kann in der Nähe des Maximums die Verstärkungskurve für Energien  $E_S$  durch eine Parabel angenähert werden (oder auch Taylorreihe entwickelt)

$$g(E_S) = g(E_p) - \frac{(\gamma_S - \gamma_p)^2}{2} \cdot \frac{d^2 g}{d\gamma^2}$$

Wird der Injektionsstrom erhöht, so wird die Differenz  $g_{th} - g(E_p)$  kleiner und geht gegen null, dies führt zu einer raschen Zunahme von  $S_p$ .

Für die anderen Moden gilt die Differenz  $g_{th} - g(E_S)$  gegen den Grenzwert

$$g_{th} - g(E_S) \rightarrow \frac{(\gamma_S - \gamma_p)^2}{2} \cdot \frac{d^2 g}{d\gamma^2}$$

Um den Schwellstrom, nimmt eine große Anzahl von Moden des Laserresonators an der Photonenemission teil. Wird jedoch mehr Strom in den Laser injiziert, dann beginnt der Hauptpeak zu dominieren und die anderen Moden werden relative schwach.

→ Folie

## Rategleichung für Ladungsträgerdichte

Betrachten wir nur den Anteil des Stroms der für die strahlende Rekombination sorgt, d.h.  $I_{\text{rad}} = S - S_{\text{ur}}$

$$\left\{ \frac{du_{2D}}{dt} = \frac{I_{\text{rad}}}{e} - R_{\text{sp}}(u_{2D}) - \frac{c}{u_r} \sum_m T(g(u_{2D}, E_m)) \cdot S_m \right.$$

Die Ladungsträgerverlustrate setzt sich jetzt aus dem Anteil der spontanen und stimulierten Emission zusammen.

Für den stationären Zustand gilt jetzt:

$$\frac{dS_m}{dt} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{du_{2D}}{dt} = 0$$

dann ergibt sich:

$$\left\{ \begin{aligned} S_m &= \frac{\beta \cdot R_{\text{sp}}(u_{2D})}{\frac{c}{u_r} \cdot [x_c - Tg(u_{2D}, E_m)]} \\ \frac{I_{\text{rad}}}{e} &= R_{\text{sp}}(u_{2D}) \cdot \left\{ 1 + \sum_m \frac{\beta T g(u_{2D}, E_m)}{[x_c - T g(u_{2D}, E_m)]} \cdot S_m \right\} \end{aligned} \right.$$

In allgemeinem Raum kann man diese beiden gekoppelten Gleichungen iterativ (d.h. selbstkonsistent) lösen um eine Beziehung zwischen  $S$  und der Photonenrichtdichte der einzelnen Mode zu bekommen.

Dazu macht man aber meistens folgende Annahmen:

- ) Photonen- u. Ladungsträgerdichten sind homogen über dem Resonator.
- ) der Brechungsindex ist ebenfalls homogen
- )  $T$  und  $\beta$  werden vom  $S$  als unabhängig betrachtet
- ) Verstärkungsunterdrückung wird vernachlässigt

## GaAs / AlGaAs - Laser

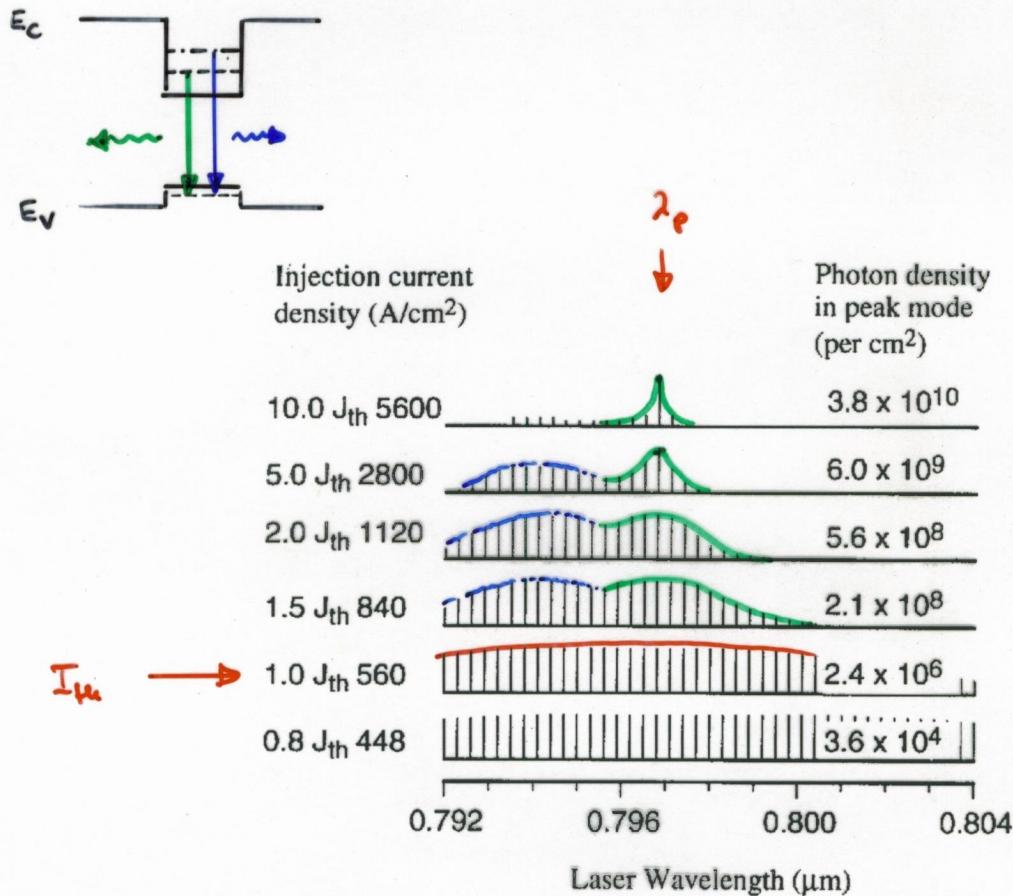


Figure 10.8: The spectral output of a quantum well laser as a function of injected current. Results are for a 50 Å GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As laser with threshold current density of 560 A/cm<sup>2</sup>. (After Y. Lam, Loehr, and Singh, *IEEE J. Quant. Electron.*, QE-28, 1248 (1992).)

Aus der Lösung für die Gleichgewichtsbedingung können folgende wichtige Beobachtungen gemacht werden:

- a) Die Padungsströmendichte in der aktiven Zone erhöht sich anfanglich linear mit der Stromdichte und ist einfach

$$u_{20} = u_{20} d = \frac{f_{rad} \cdot \bar{\nu}_r}{e}$$

Beginnt die stimulierte Emission, dann wird die strahlende Lebensdauer schnell kleiner und  $u_{20}$  geht in einer Sättigungswert über.

Folie: Fig. 10.9

Der spontane Emissionsfaktor  $\beta$  beeinflusst ~~beeinflusst~~ dieses Strom - Photonenrichtungsverhältnis. Ein großes  $\beta$  bedeutet, daß mehr e-h-Rekombination in die Lasermodus eingekoppeln.

- b) Die gesamte Ausgangsleistung (d.h. alle Moden zusammen) zeigt einen Knick sofern "Sasing" beginnt, d.h. beim Schwellwert.

Für einen laserresonator mit hohem  $\beta$  ereignet sich die Kohärenz-Emission schon bei sehr geringen Pumpleistungen, da nur ein geringer Teil der Photonen für andere Moden vergeben wird.

Für die gegenwärtigen Laserstrukturen ist  $\beta \sim 10^{-4} - 10^{-5}$

- c) Die Mode maximaler Verstärkung (Peakmode) verschiebt sich mit zunehmendem Strom, da die Verstärkungskurve zu höheren Energiewerten schreibt (Blauverschiebung)

Folie Fig. 10.10

linearer Anstieg der Ladungsdichte

$s_{\text{lin}}$

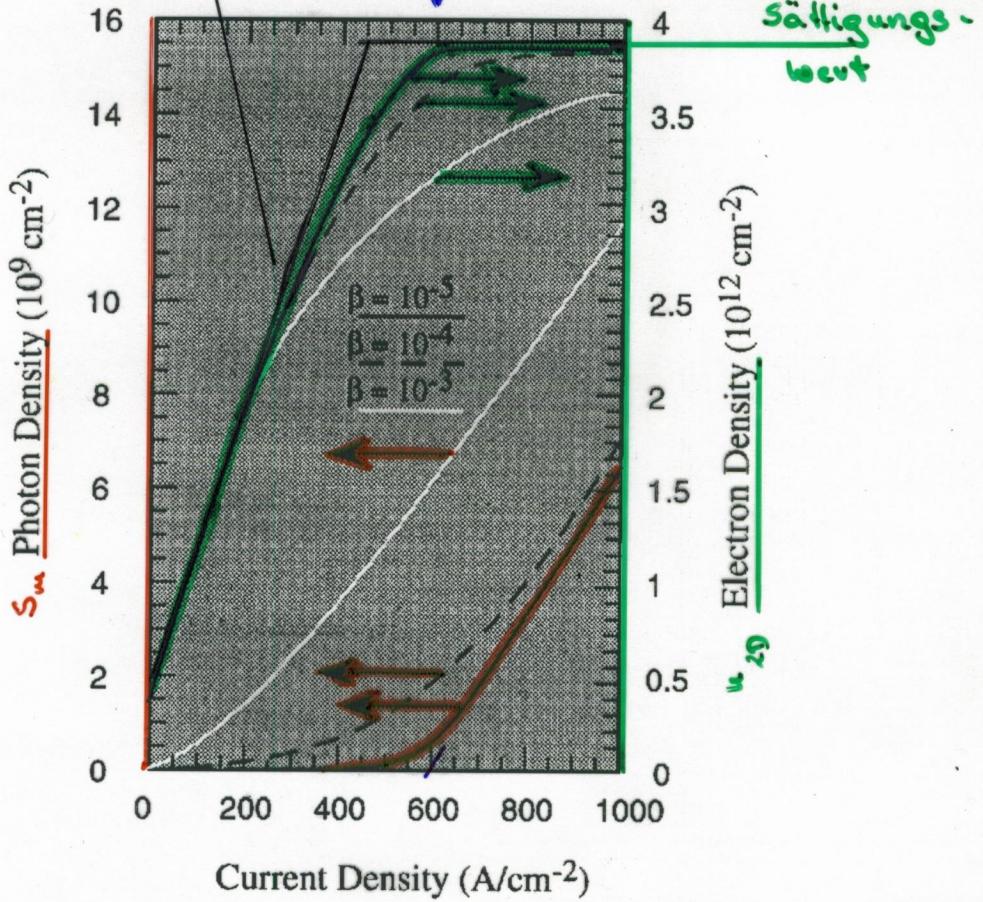


Figure 10.9: A typical dependence of photon density and electron (hole) density in a Fabry-Perot laser. The results are shown for an 80 Å GaAs/Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As quantum well laser. (Courtesy of Y. Lam).

je größer  $\beta$  desto niedriger ist der Schwellwert

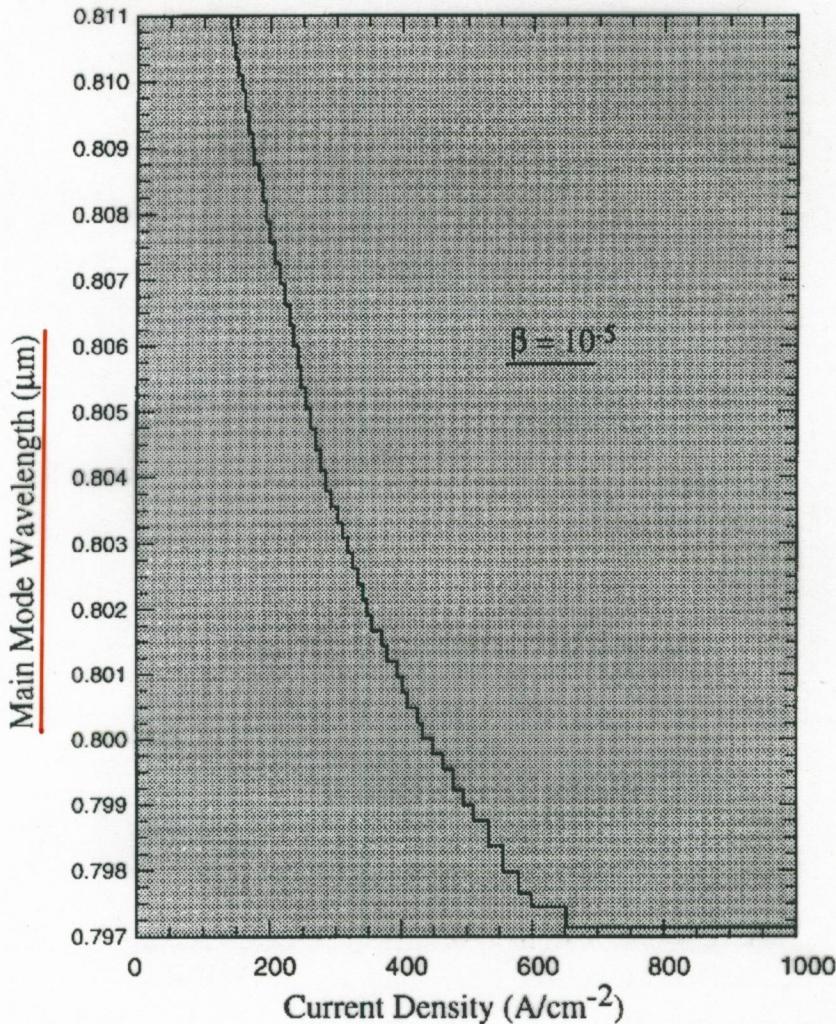


Figure 10.10: The dependence of the peak mode wavelength on the injected current density for a Fabry-Perot laser. (After Y. Lam, J. Loehr, and J. Singh, *IEEE J. Quant. Electron.*, **QE-28**, 1248 (1992).)

## ADVANCED LASER STRUCTURES

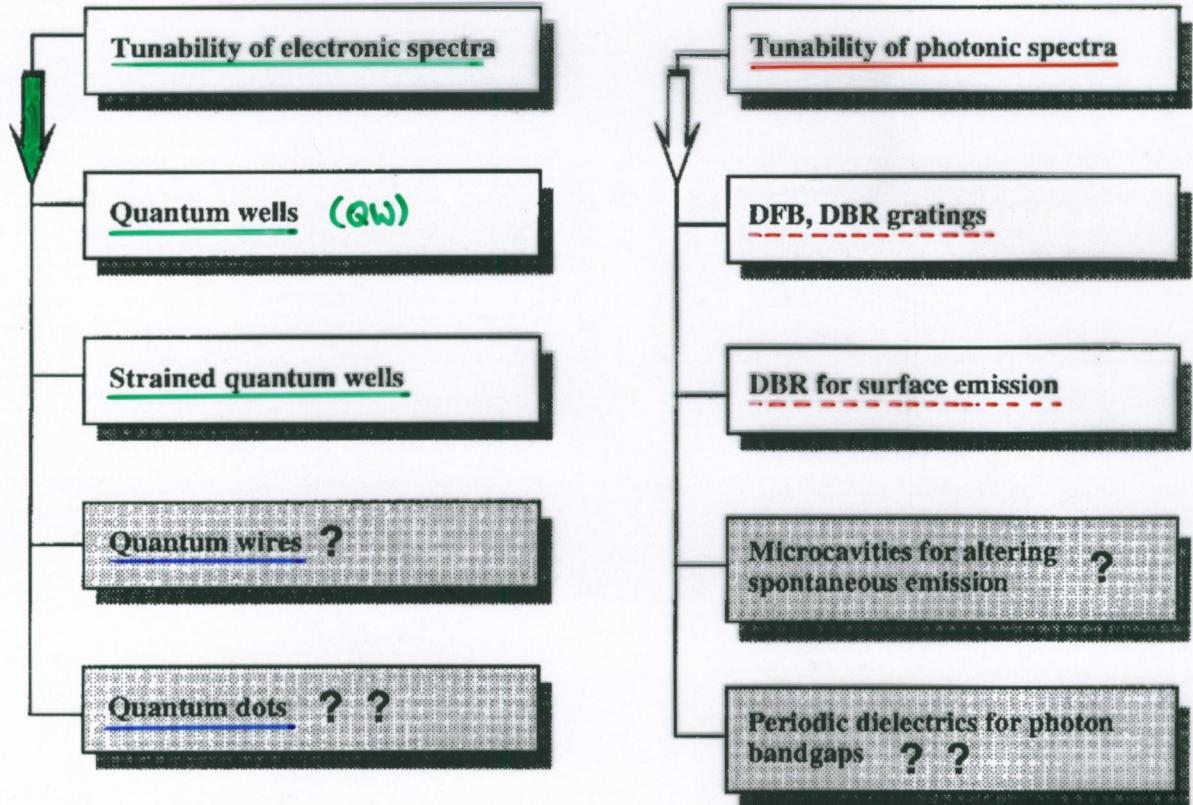


Figure 10.11: Approaches used to fabricate advanced semiconductor lasers. Question marks are placed after approaches where considerable technological challenges remain and whose merit is not yet established.

d) Fabry - Perot Resonatoren besitzen keine der erlaubten longitudinalen Lasermoden und alle diese Moden können im Prinzip auch laser. Die Modenauswahl wird durch das Verstärkungsspektrum geöffnet, d.h. von den elektrischen Eigenschaften der aktiven Zone.

Die Qualität bzw. die Performance eines Halbleiterlasers hängt von den Eigenschaften der aktiven Zone ab und dem optischen Resonator der die Photonen selektion verursacht.

### Nichtstrahlender Strom

Der Strom der in der Richtung zum Träger kommt ist der "strahlende" Strom  $I_{rad}$ . Der gesamte injizierte Strom ist aber

$$I = I_{rad} + I_{ur}$$

wobei  $I_{ur}$  der Stromanteil ist, bei dem e-h Rekombination keine Photonen emittiert.

- a) aufgrund von Störstellen
- b) aufgrund von Augerrekombination

Für ein gutes Material ist der Defektbeitrag gering; Die Augerrate kann wiederum

$$R_{\text{Auger}} = f \cdot u^3$$

beschrieben werden.

Wie vorhin diskutiert, sättigt die Ladungsträgerdichte in Faserbeispiel

$$u_{\text{ter}} = u_{2D}(\text{th}) \cdot d_{\text{fas}}$$

Erreicht die Ladungsträgerdichte  $u_{\text{ter}}$ , dann ist die Resonatorverstärkung gleich den Resonatorverlusten, sodass  $u_{\text{ter}}$  nicht vom nichtstrahlenden Prozessen abhängt

Der Schwellstrom kann geschrieben werden als

$$I_{\text{th}}(\text{th}) = \frac{e \cdot n_{\text{eff}} \cdot d_{\text{las}}}{\tau_r}$$

$$I_{\text{ur}}(\text{th}) = e \cdot F \cdot n_{\text{th}}^3 \cdot d_{\text{las}}$$

Der gesamte Schwellstrom ergibt sich damit zu

$$\boxed{I_{\text{th}} = I_r(\text{th}) + I_{\text{ur}}(\text{th})}$$

Treten zusätzlich noch Leckströme auf, dann müssen auch diese zu  $I_{\text{th}}$  addiert werden

$$\boxed{I_{\text{th}} = I_r(\text{th}) + I_{\text{ur}}(\text{th}) + I_{\text{leak}}(\text{th})}$$

Diese nicht traktierbaren Leckströme können bei zunehmender Temperatur einen wesentlichen Anteil ausmachen und sind deshalb in der Temperaturabhängigkeit des Laserschwellstroms von entscheidender Bedeutung.

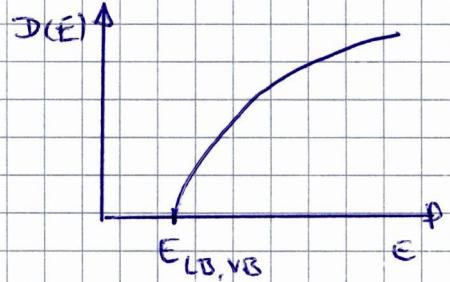
Wie früher schon diskutiert ist es für einen kleinen Schwellstrom vorteilhaft die aktive Zone p zu dotieren. Dies ist wegen der schwereren Löchermasse welche den Wert von  $f^{\text{h}}$  viel kleiner als  $f^{\text{e}}$  bei derselben Ladungsträgerinjektion macht. Durch p-Dotierung wird  $f^{\text{h}}$  erhöht ~~und~~ sodass eine geringere Injektionsdichte für den Schwellwert benötigt wird.

### 3.) Physik von 3-, 2-, 1- und 0-dimensionalem System

#### 3.1 Zustandsdichten in Systemen unterschiedlicher Dimensionalität

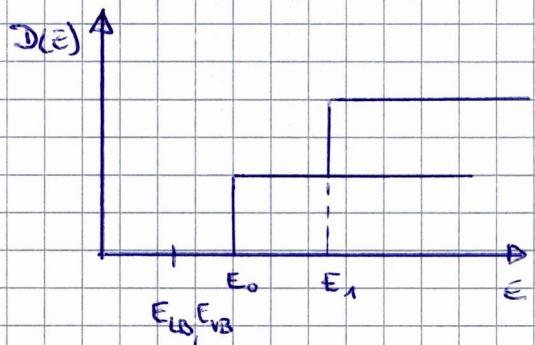
(exemplarisch für ein parabolisches Band  $E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \Rightarrow k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ )

$$3D: N(k) = \underbrace{\frac{4}{3} k^3 \pi}_{\text{Kugelvolumen}} \cdot \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \Rightarrow D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{1}{2\pi^2} \cdot \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} E^{1/2}$$

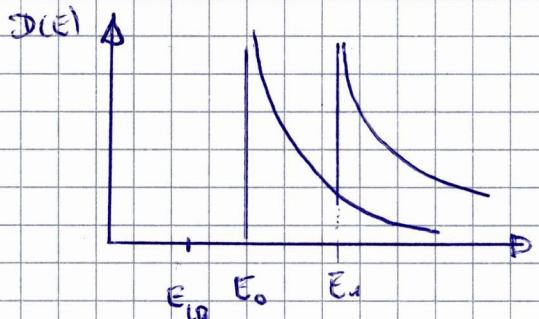


$$2D: N(k) = \underbrace{k^2 \pi}_{\text{Kreisfläche}} \cdot \left(\frac{L}{2\pi}\right)^2 \Rightarrow D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{m}{\pi \cdot \hbar^2}$$

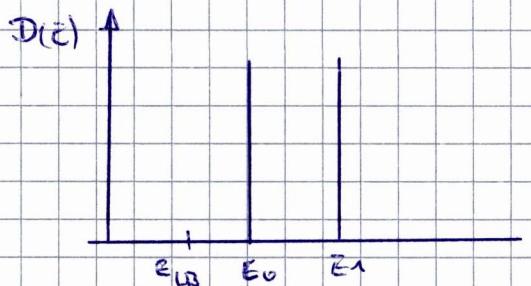
Kreisfläche



$$1D: N(k) = k \cdot \left(\frac{L}{2\pi}\right) \Rightarrow D(E) = \frac{\sqrt{2mE}}{2\pi \hbar^2} \cdot \frac{1}{E^{1/2}}$$



0D:  $D(E)$  ist diskret



### 3.2 Effektive Zustandsdichte in Systemen unterschiedlicher Dimensionalität

$$n = \int_{E_{\text{bottom}}}^{E_{\text{top}}} D(E) f(E) dE = N_C \cdot f_B(E=E_C)$$

dann ändert sich auch die effektive Zustandsdichte mit der Dimensionalität.

3D:

$$n_{3D} = N_C^{3D} \cdot f_B(E=E_C) = N_C^{3D} \cdot F_{1/2}(\eta) \quad \eta = \left( \frac{E-E_F}{kT} \right)$$

$$N_C^{3D} = \frac{1}{V} \cdot \left( \frac{\pi m^* k_B T}{h^2 \tau h^2} \right)^{3/2} \quad [\text{cm}^{-3}]$$

2D:

$$n_{2D} = N_C^{2D} \cdot F_{1/2}(\eta) = \int_{E_C}^{\infty} \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \cdot e^{-\frac{(E-E_F)}{k_B T}} dE$$

$$N_C^{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \cdot kT \quad [\text{cm}^{-2}]$$

1D:

$$n_{1D} = \int_{E_C}^{\infty} \frac{1}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m^*}{2(E-E_C)}} \cdot e^{-\frac{(E-E_F)}{k_B T}} dE$$

$$N_C^{1D} = \sqrt{\frac{m^* k_B T}{2 \pi \hbar^2}} \quad [\text{cm}^{-1}]$$

0D:

$$n_{0D} = \int_{E_C}^{\infty} 2 \cdot \delta(E-E_C) dE$$

$$N_C^{0D} = 2$$

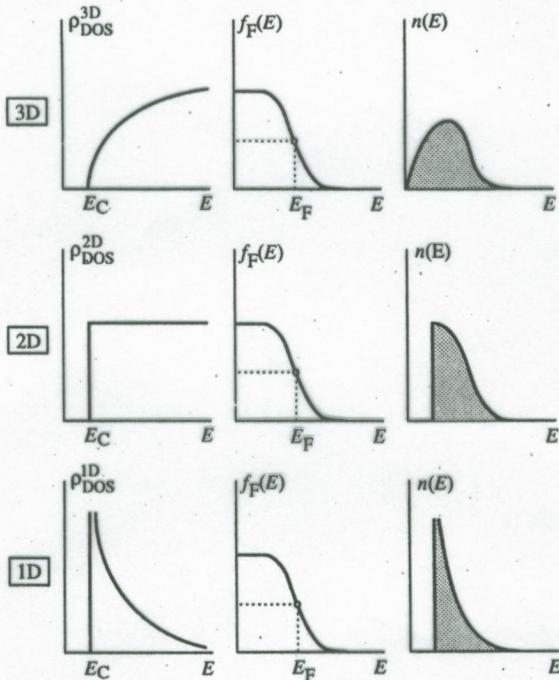


Fig. 3.12. Density of states ( $\rho_{\text{DOS}}$ ), Fermi-Dirac distribution function ( $f_F$ ) and carrier concentration ( $n$ ) as a function of energy for a 3D, 2D, and 1D system. The shaded areas represent the total carrier concentration in the conduction band.

## Fortschrittliche Strukturen:

### 1) elektrische Strukturverbesserungen

Eine der wichtigsten Anwendungsbereiche von Halbleiterlasern ist die optische Nachrichtenübertragung. Dafür werden speziell Laser mit kleinem Schwellstrom und hoher Modulationsbandbreite benötigt. Es ist auch besonders wichtig Laser mit sehr engen Emissionslinienbreiten für Wellenlängenmultiplex oder heteroerter Detektion (Heterodyn-Verfahren) zu beschaffen.

In diesem Kapitel wollen wir die Merkmale niedriger Schwellwert und spezielle Reinheit von Lasern betrachten.

#### a) Doppelheterostrukturlaser

Die ersten erfolgreichen Laser hatten eine aktive Schicht von  $d_{\text{las}} \geq 1 \mu\text{m}$ .

In diesen Strukturen war der optische Confinesmentfaktor sehr hoch ( $\tau_c \approx 1.0$ )

Es ist wichtig zu wissen, dass die  $\tau_c$  Elektronen und Löcherdichte, die zur Erzeugung der Transparenzbedingung ein Wert  $n$  ist, der unabhängig von der aktiven Schichtdicke ist wenn  $\tau_{n,0} = 1$ . Der Transparenzwert  $n$  ist sehr nahe dem Schwellwert  $n_{\text{th}}$  in hochqualitativen Strukturen.

Die Staudichte die für den Schwellbedingung notwendig ist jedoch mit der 2-dim. Ladungsträgerdichte über folgende Gleichung gegeben.

$$I_{\text{th}} = \frac{e \cdot n_{\text{th}} \cdot d_{\text{las}}}{\tau_r(I_{\text{th}})} = \frac{e \cdot n_{\text{2D}} (\text{threshold})}{\tau_r(I_{\text{th}})}$$

Aus diesem Grund ist in Bauelementen mit dicken aktiven Schichten der Schwellstrom zur aktiven Schichtdicke proportional.

→ Siehe Fig. 10.12

Wird  $d_{\text{las}}$  kleiner als die Emissionswellenlänge, dann beginnt  $\tau_c$  kleiner zu werden. Für sehr kleine  $d_{\text{las}} \leq 10 \mu\text{m}$  werden zusätzlich noch Quanteneffekte wichtig.

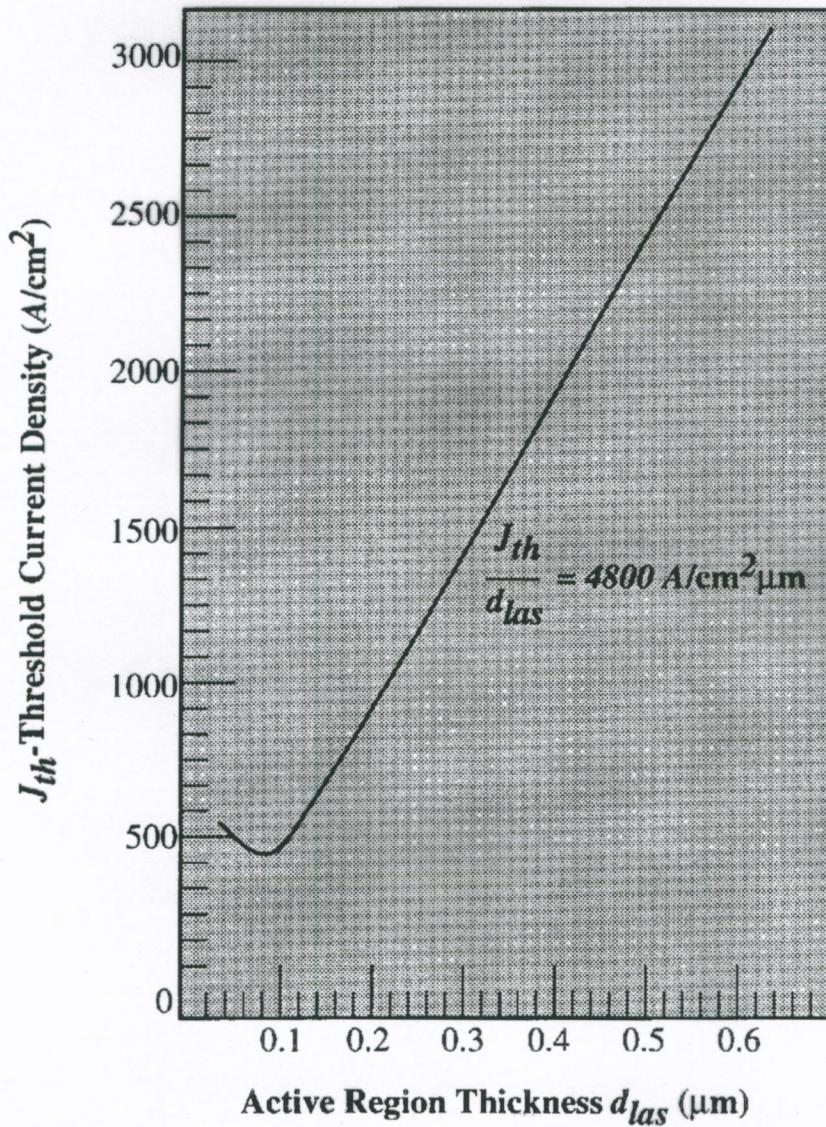


Figure 10.12: Dependence of threshold current in double heterostructure lasers on width of the active region. The threshold current density decreases with the active layer thickness because the 2-dimensional sheet charge density of the injected charge needed for the threshold condition decreases inversely with the active layer thickness. At very small active layer thicknesses  $d \lesssim 50 \text{ \AA}$ , the threshold current density increases because the optical wave confinement factor goes towards zero so that the cavity gain is almost zero.

## Quantum Well laser

In einem Quantum Well - laser ist die aktive Zone wo e-h Rekombination stattfindet auf ca. 10 nm beschränkt.

Folie 10.13

Folie 10.13 zeigt so eine typische QW-laser Struktur. Das Gebiet mit kleinerer Bandlücke wird von einem Material mit einem größeren Gap umgeben und formt damit einen QW. Häufig wird der QW aber von einer Zone umgeben wo die Bandlücke kontinuierlich zunimmt und dadurch die Elektronen und Löcher zusammen in den QW eingeföhrt werden. Dieser Bereich dient gleichzeitig zur optischen Wellenleitung. So eine Struktur wird als "graded index separate confinement heterostructure" = GRINSEL laser bezeichnet.

QW-laser haben große Akzeptanz als sehr schnelle Laser mit niedrigen Schwellenwertsstromen bekommen. Dies kommt von der Ausnutzung der speziellen Zustandsdichte von quasi-2D Systemen her.

⇒ Folien 3D      2D      1D      Eigenschaften

GRINSCH = Graded index separate confinement heterostructure

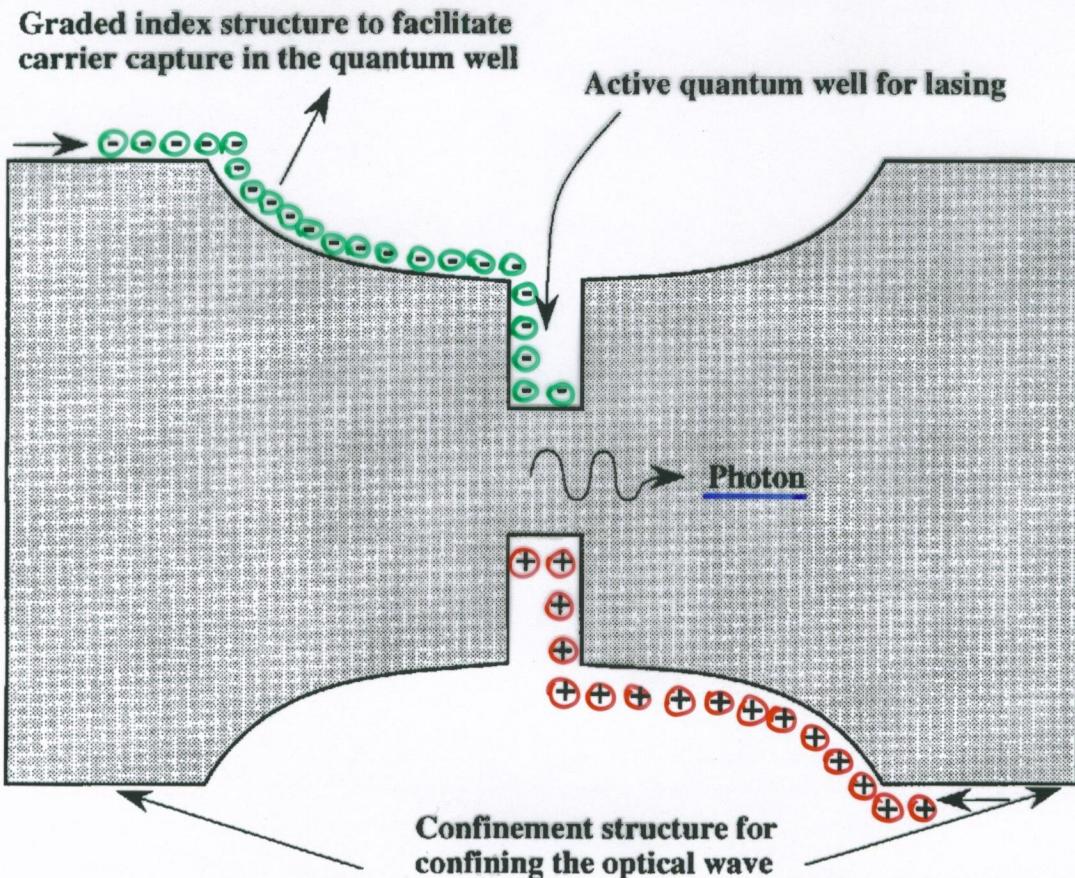
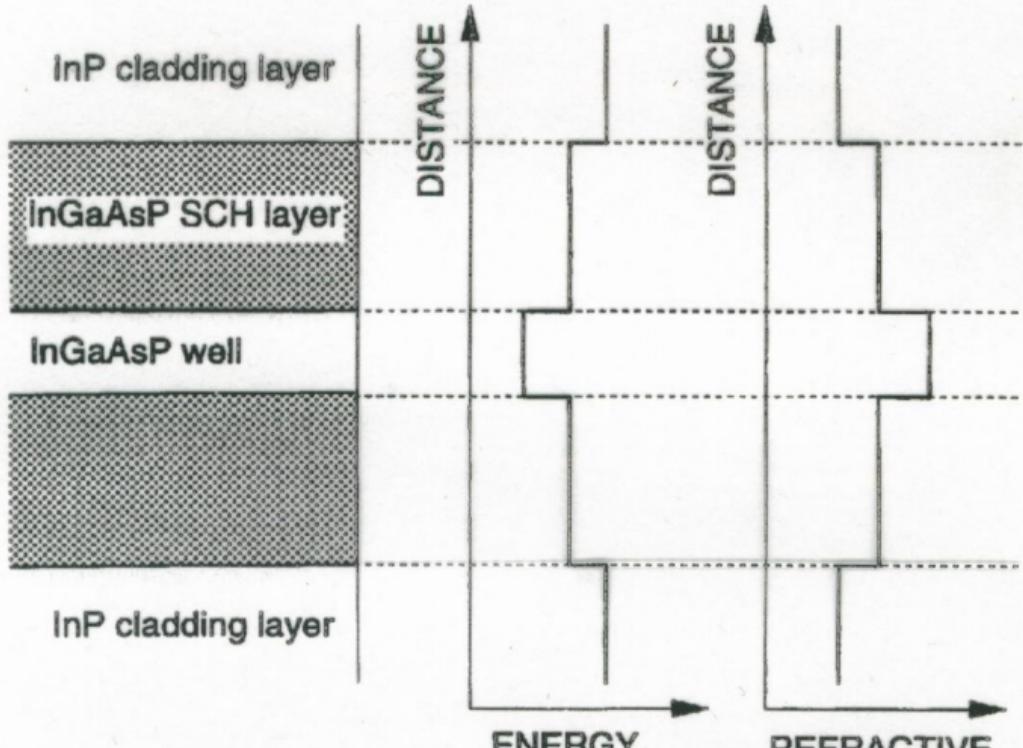


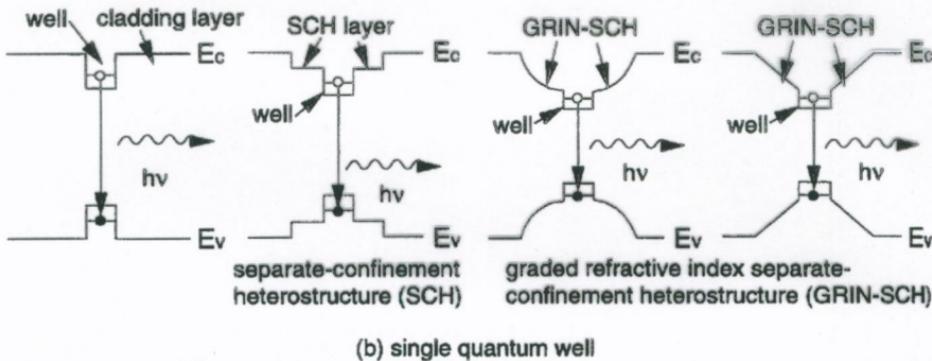
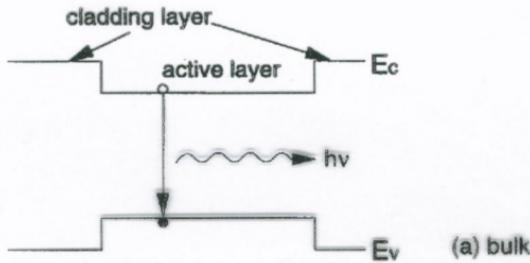
Figure 10.13: A typical quantum well laser structure for low threshold lasers. The density of states in the 2D quantum well allows one to achieve the condition for inversion of bands at a lower injection density. This results in a lower threshold current. A cladding layer with a high bandgap surrounds the quantum well so that the optical wave is confined as much as possible near the quantum well to get a high confinement factor.



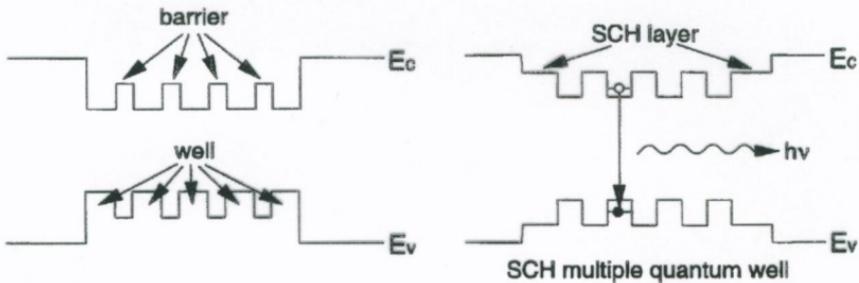
(a) structure

(b) energy band diagram

(c) refractive index diagram



(b) single quantum well



(c) multiple quantum well

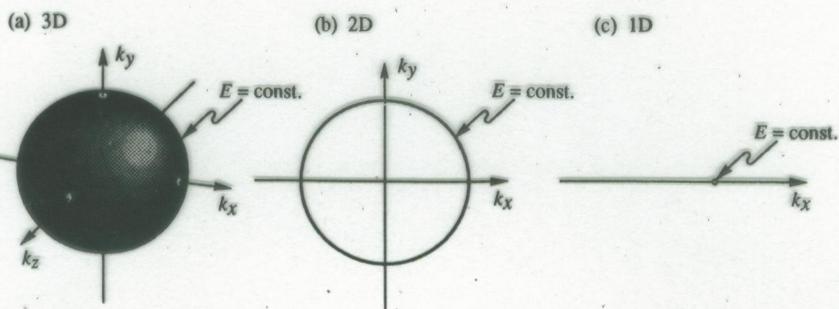


Fig. 3.5. Constant energy surfaces of a (a) 3-dimensional, (b) 2-dimensional, and (c) 1-dimensional system. The surfaces are a sphere, a circle, and a point for 3D, 2D, and 1D systems, respectively.

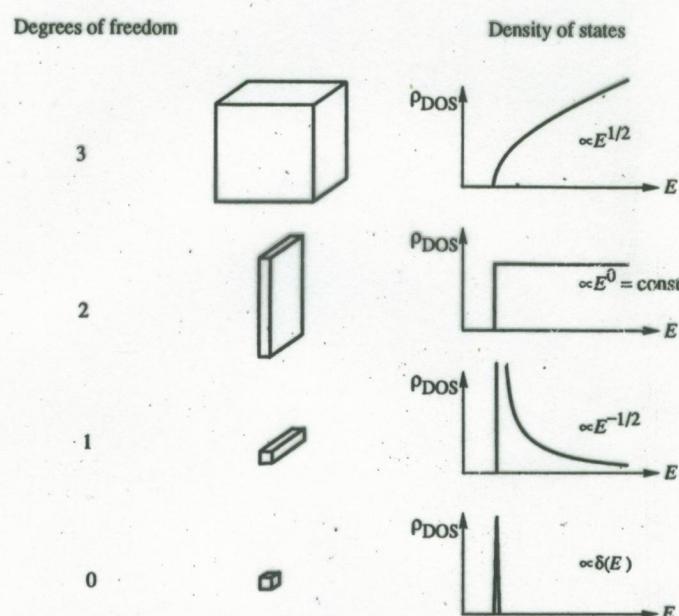


Fig. 3.6. Electronic density of states of semiconductors with 3, 2, 1, and 0 degrees of freedom for electron propagation. Systems with 2, 1, and 0 degrees of freedom are referred to as quantum wells, quantum wires, and quantum boxes, respectively.

Table 3.1. Density of states for semiconductor with 3, 2, 1, and 0 degrees of freedom for propagation of electrons. The dispersion relations are assumed to be parabolic. The formulas can be applied to anisotropic semiconductors if the effective mass  $m^*$  is replaced by the density-of-states effective mass  $m_{\text{DOS}}^*$ . If the semiconductor has a number of  $M_c$  equivalent minima, the corresponding density of states must be multiplied by  $M_c$ . The bottom of the band is denoted as  $E_C$  and  $\sigma(E)$  is the step-function.

Degrees of freedom	Dispersion (kinetic energy)	Density of states	Effective density of states
3(bulk)	$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$	$\rho_{\text{DOS}}^{3D} = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E - E_C}$	$N_c^{3D} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2} \right)^{3/2}$
2 (slab)	$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2)$	$\rho_{\text{DOS}}^{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \sigma(E - E_C)$	$N_c^{2D} = \frac{m^*}{\pi \hbar^2} kT$
1 (wire)	$E = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_x^2$	$\rho_{\text{DOS}}^{1D} = \frac{1}{\pi \hbar} \sqrt{\frac{m^*}{2(E - E_C)}}$	$N_c^{1D} = \sqrt{\frac{2m^* kT}{\pi \hbar^2}}$
0 (box)	—	$\rho_{\text{DOS}}^{0D} = 2\delta(E - E_C)$	$N_c^{0D} = 2$

Betrachten wir jetzt einen engen Quantum Well wo nur die Grundzustände des Leitungsbandes und Valenzbandes Subbande der schweren und leichten Löcher. (siehe auch Folie 10.14)

Für den Fall, daß ein einziges Band besetzt ist gilt:

$$n = \frac{m_e^*}{\pi \cdot h^2} \cdot \int_{E_1^e}^{\infty} \frac{dE}{\exp\left(\frac{E - E_{Fh}}{k_B T}\right) + 1}$$

$$n = \frac{m_e^* \cdot k_B T}{\pi \cdot h^2} \cdot \ln \left\{ 1 + \exp\left(\frac{E_{Fh} - E_1^e}{k_B T}\right) \right\}$$

oder

$$E_{Fh} = E_1^e + k_B T \cdot \ln \left[ \exp\left(\frac{n \cdot \pi \cdot h^2}{m_e^* \cdot k_B T}\right) - 1 \right]$$

Für die Löcher gilt

$$p = \frac{m_{lh}^*}{\pi \cdot h^2} \cdot \int_{E_1^{lh}}^{\infty} \frac{dE}{\exp\left(\frac{E_{Flp} - E}{k_B T}\right) + 1} + \frac{m_{lh}^*}{\pi \cdot h^2} \cdot \int_{E_1^{lh}}^{-\infty} \frac{dE}{\exp\left(\frac{E_{Flp} - E}{k_B T}\right) + 1}$$

wobei  $m_{lh}^*$  und  $m_{hh}^*$  die Zustandsdichtenmassen in der Ebene für die HH und LH Subbande sind. (In erster Näherung die 3-dimensionale Massen)

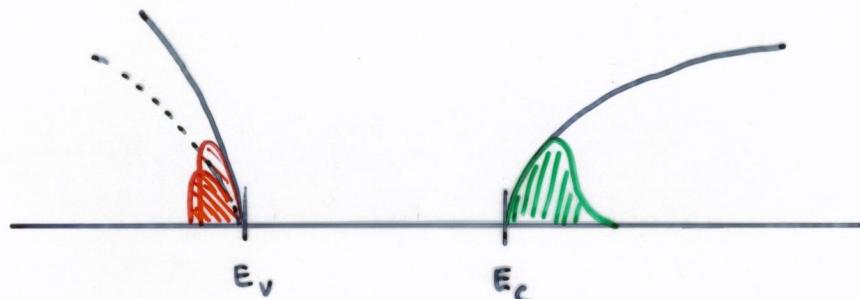
$$p = \frac{m_{lh}^* \cdot k_B T}{\pi \cdot h^2} \left[ \ln \left\{ 1 + \exp\left(\frac{(E_1^{lh} - E_{Flp})}{k_B T}\right) \right\} \right] + \\ + \frac{m_{lh}^* \cdot k_B T}{\pi \cdot h^2} \left[ \ln \left\{ 1 + \exp\left(\frac{(E_1^{lh} - E_{Flp})}{k_B T}\right) \right\} \right]$$

Ist die Aufspaltung von  $E_1^{lh} - E_1^{hh} > k_B T$  dann kann die Näherung angewendet werden daß das LH Subband unbesetzt ist und es kann analog wie für die Elektronen  $E_{Flp}$  als Funktion von  $p$  erhalten werden.

$$E_{Flp} = E_1^{lh} + k_B T \cdot \ln \left[ \exp\left(\frac{p \cdot \pi \cdot h^2}{m_{lh}^* \cdot k_B T}\right) - 1 \right]$$

Aus sonst ist  $E_{Flp}$  nur iterativ lösbar aber dies ist ganz leicht durchführbar

3-dim:



2-dim:

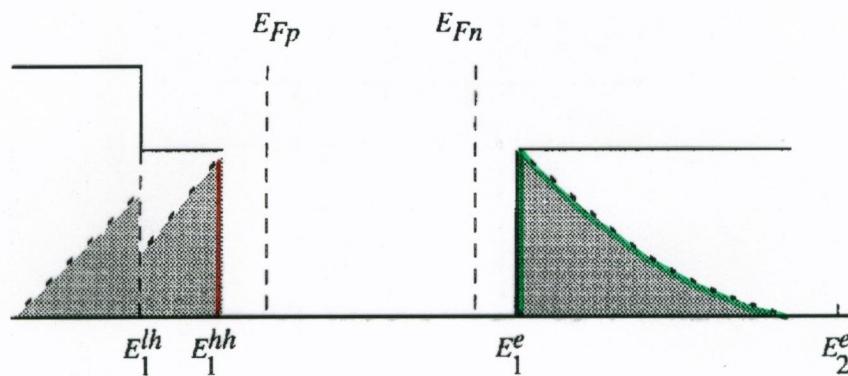


Figure 10.14: Fermi levels and carrier occupation in quantum well lasers.

we can make the approximation that the LH subband is not occupied and obtain an analytical expression for  $E_{Fp}$  in terms of  $p$  just as we have done for the electron subband. Otherwise, to obtain  $E_{Fp}$  from  $p$  we need to do an iterative calculation which is quite straightforward.

### 3.1 Quantum Wells

110

#### Exkurs: Quantum Well

Wir betrachten ein Teilchen in einem einfachen Potenzialtopf  $V(r)$  der so aufgebaut ist, dass er "gebundene Zustände" erzeugt wenn die Schrödinger-Gleichung gelöst wird. Dem gebundenen Zustand entspricht eine endliche Wellenfunktion  $\Psi(r)$  die gegen 0 geht bei  $r \rightarrow \infty$ .

Annahme: Potential hat die Form

$$V(r) = V(x) + V(y) + V(z)$$

dann wird die Wellenfunktion separabel und hat die Form

$$\Psi(r) = \Psi(x) \cdot \Psi(y) \cdot \Psi(z)$$

Wir lösen jetzt das Problem des quadratischen eindimensionalen Quantum Wells.

Folie Fig. 3.6

In der Halbleitertechnologie wird so ein quadratisches Quantum Well eingebettet durch eine Material mit kleiner Bandlücke der Breite  $W = 2\Delta E$  zwischen einem breitbandigen Material hergestellt.

Die zu lösende Gleichung ist damit

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2\Psi}{dz^2} = E \Psi$$

Für den Fall unendlicher hoher Potenzialwand  $V(x) = \infty$  für  $|x| \geq a$  erhält man die allgemeine Lösung

$$\Psi(z) = B \cdot \cos \frac{u \pi z}{2a} \quad u \text{ ungerade Zahl}$$

$$= A \cdot \sin \frac{u \pi z}{2a} \quad u \text{ gerade Zahl}$$

### 3.3. PARTICLE IN A QUANTUM WELL

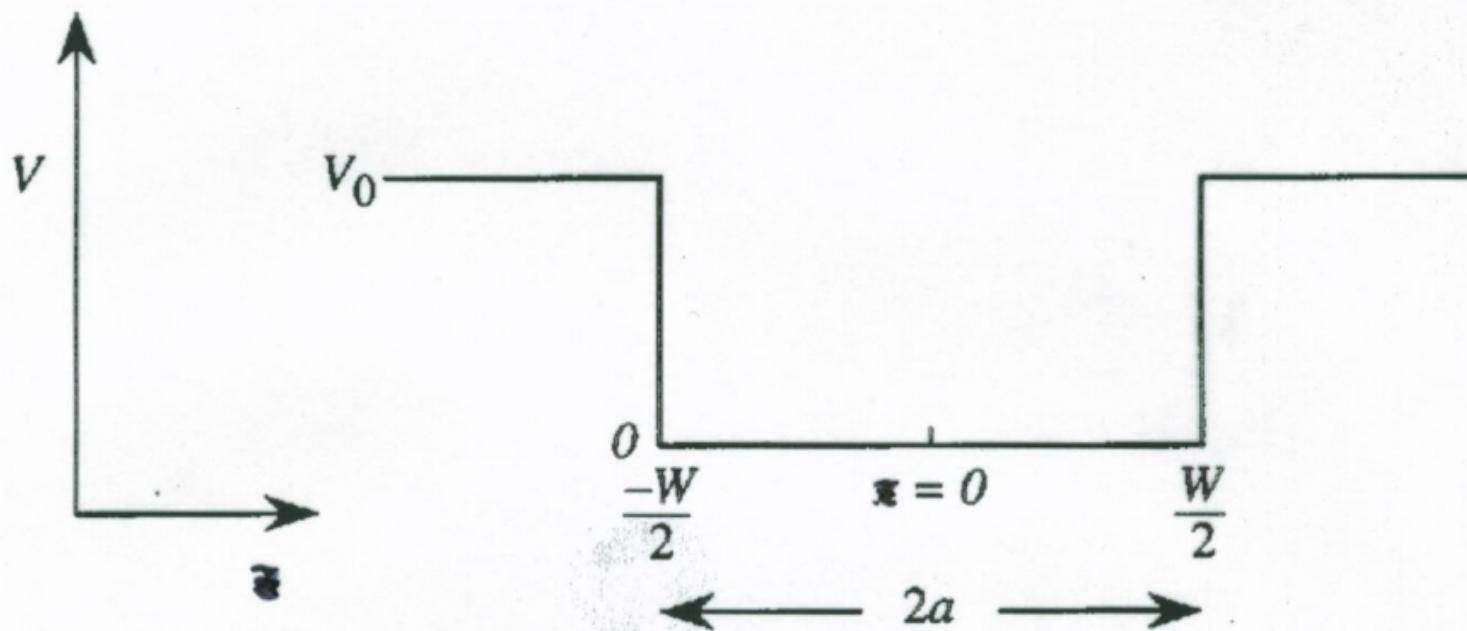


Figure 3.6: A quantum well of width  $2a$  and infinite barrier height or barrier height  $V_0$ .

Die Energieniveaus sind dann:

$$\left\{ E = \frac{\pi^2 \cdot h^2 \cdot u^2}{8m^* \cdot a^2} \right\} = \left\{ \frac{\pi^2 \cdot h^2 \cdot u^2}{2m^* \cdot \omega^2} \right\}$$

die normierte Wellenfunktion des Teilchens ergibt sich damit zu

$$\begin{aligned} \psi(z) &= \sqrt{\frac{2}{\omega}} \cdot \cos\left(\frac{u \cdot \pi z}{\omega}\right) && u \text{ ungerade} \\ &= \sqrt{\frac{2}{\omega}} \cdot \sin\left(\frac{u \cdot \pi z}{\omega}\right) && u \text{ gerade} \end{aligned}$$

Dieses Problem mit unendlichen Potentialtöpfen ist gut geeignet für die Grundzustände der diskreten Energiezustände und ist oft ein guter Startwert für numerische Lösung der exakten Schrödinger-Gleichung.

Für genauere Lösungen muss jedoch das Problem mit einer endlichen Potentialstufe gelöst werden. In diesem Fall springt die Wellenfunktion in den Barrierenbereich ein und muss deshalb mitbeachtet werden.

⇒ Für einen QW mit endlicher Barrierenhöhe  $V_0$  gilt:

$$V(z) = \begin{cases} V_0 & |z| \leq a = \frac{\omega}{2} \\ 0 & |z| > a = \frac{\omega}{2} \end{cases}$$

Wir müssen jetzt die Schrödinger-Gleichung

$$\left[ -\frac{d}{dz} \frac{1}{m} \frac{d}{dz} + V(z) \right] \psi(z) = E \cdot \psi(z)$$

Die allgemeine Lösung für gebundene Zustände (d.h.  $E < V_0$ ) hat nun folgende Form

$$\psi(z) = \begin{cases} A \cdot e^{\beta z} & z \leq -\frac{\omega}{2} \\ B \cdot \cos(\alpha z) + C \cdot \sin(\alpha z) & -\frac{\omega}{2} \leq z \leq \frac{\omega}{2} \\ D \cdot e^{-\beta z} & z \geq \frac{\omega}{2} \end{cases}$$

wobei

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m_w E}{\hbar^2}}$$

$$k_2 = \alpha$$

$$\alpha = \beta$$

$$\beta = \sqrt{\frac{2 \cdot m_b \cdot (V_0 - E)}{\hbar^2}}$$

Unter den Randbedingungen, dass  $\psi$  stetig und  $\frac{1}{m} \frac{d\psi}{dx}$  ebenfalls stetig ist (d.h.  $\psi(\frac{w}{2})^+ = \psi(\frac{w}{2})^-$ )

$$\text{Bzw. } \frac{1}{m_b} \cdot \frac{d}{dz} \psi\left(\frac{w}{2}\right)^+ = \frac{1}{m_w} \cdot \frac{d}{dz} \psi\left(\frac{w}{2}\right)^-$$

$$(a) B \cdot \cos\left(\frac{\alpha w}{2}\right) - C \cdot \sin\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = A \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Stelle } z = -\frac{w}{2}$$

$$(b) \frac{\alpha \cdot B \cdot \sin\left(\frac{\alpha w}{2}\right)}{m_w} + \frac{\alpha \cdot C \cdot \cos\left(\frac{\alpha w}{2}\right)}{m_w} = \frac{\beta \cdot A \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}}}{m_B} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Stelle } z = \frac{w}{2}$$

$$(c) B \cdot \cos\left(\frac{\alpha w}{2}\right) + C \cdot \sin\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = D \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Stelle } z = \frac{w}{2}$$

$$(d) -\frac{\alpha \cdot B \cdot \sin\left(\frac{\alpha w}{2}\right)}{m_w} + \frac{\alpha \cdot C \cdot \cos\left(\frac{\alpha w}{2}\right)}{m_w} = -\frac{\beta \cdot D \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}}}{m_B}$$

daraus ergibt sich:

$$(a+c) 2B \cdot \cos\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = (A+D) \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}} \quad (1)$$

$$(b+d) \frac{2\alpha \cdot B \cdot \sin\left(\frac{\alpha w}{2}\right)}{m_w} = \frac{\beta(A+D)}{m_B} \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}} \quad (2)$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \frac{\alpha \cdot w}{m_w} \cdot \tan\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = \frac{\beta \cdot w}{m_B} \right.$$

Rösumg für ungerade Parität

$$\frac{(2)-(1)}{2} \cdot \frac{\beta}{2} \text{ bzw.: } \left\{ \left( \frac{\alpha \cdot w}{2} \right) \cdot \tan\left(\frac{\alpha w}{2}\right) - \frac{m_w}{m_B} \cdot \beta \cdot \frac{w}{2} \right\} \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}}$$

$$(a-c) 2C \cdot \sin\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = (D-A) \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}}$$

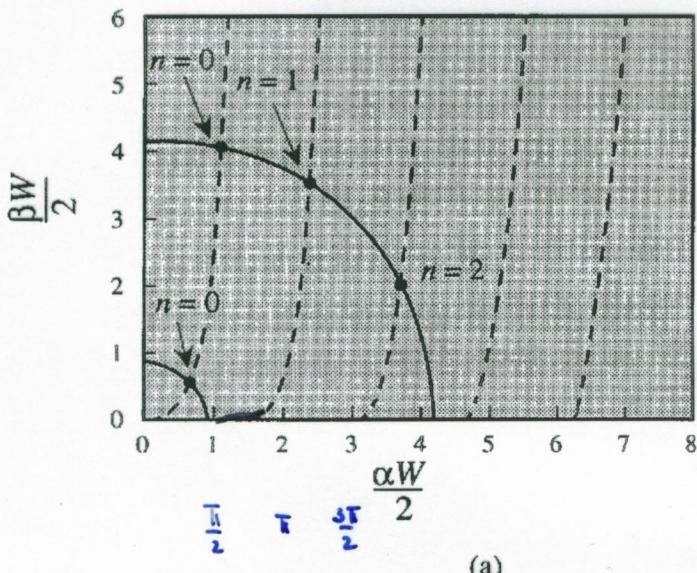
$$(b-d) 2\alpha \cdot C \cdot \cos\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = -\beta \cdot (D-A) \cdot e^{-\beta \frac{w}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \frac{\alpha \cdot w}{m_w} \cdot \cot\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = -\frac{\beta \cdot w}{m_B} \right.$$

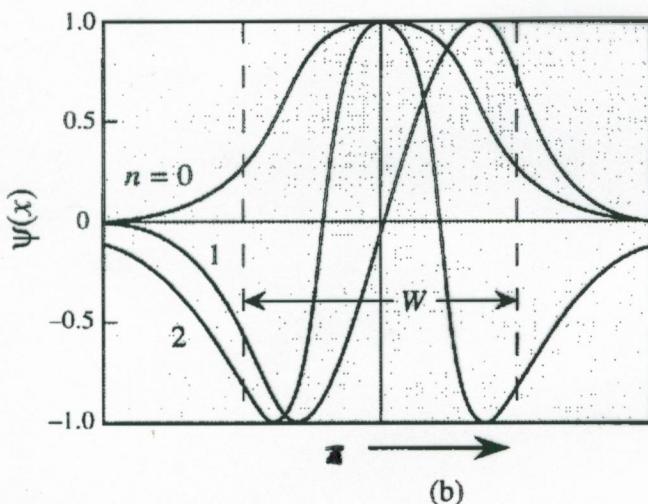
Rösumg für gerade Parität

$$\left\{ \left( \frac{\alpha \cdot w}{2} \right) \cdot \cot\left(\frac{\alpha w}{2}\right) = -\frac{m_w}{m_B} \cdot \left( \beta \cdot \frac{w}{2} \right) \right.$$

### CHAPTER 3. PARTICLES IN SIMPLE POTENTIALS



$$\begin{aligned} -\left(\frac{\alpha W}{2}\right) \tan\left(\frac{\alpha W}{2}\right) &= \frac{\beta W}{2} \\ \text{or } \left(\frac{\alpha W}{2}\right) \cot\left(\frac{\alpha W}{2}\right) &= -\frac{\beta W}{2} \\ \text{Radius} &= \frac{mV_0W^2}{2\hbar^2} \end{aligned}$$



**Figure 3.7:** (a) The graphical approach to solving for the allowed modes in a finite quantum well. (b) Typical solutions for the particle wavefunctions.

$$(N-1) \cdot \frac{\pi}{2} \leq \sqrt{\frac{2 \cdot m \omega \cdot V_0}{\hbar^2}} \cdot \left(\frac{\omega}{2}\right) < N \cdot \frac{\pi}{2}$$

Aanzahl der Lösungen:

$$N = 1 + \text{Int} \left( \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m \omega \cdot V_0}{\hbar^2}} \cdot \frac{\omega}{2} \right)$$

Diese beiden Gleichungen sind analog wie früher bei den Knoten eines Wellenleiters. Sie können wiederum entweder mit Hilfe numerischer Techniken gelöst werden, oder graphisch da

$$\left(\alpha \frac{N}{2}\right)^2 + \frac{\omega_0}{m_B} \left(\rho \cdot \frac{W}{2}\right)^2 = \frac{2 \cdot m_B \cdot V_0}{\hbar^2} \left(\frac{W}{2}\right)^2 := R(\alpha)^2$$

Strichmännchen eines Kreises mit dem Radius  $R = \sqrt{\frac{2 \cdot m_B \cdot V_0}{\hbar^2}} \cdot \frac{W}{2}$

Der Schnittpunkt dieses Kreises mit den oberen Kurven gibt direkt die Lösungen

$\Rightarrow$  Folie Fig. 3. 7

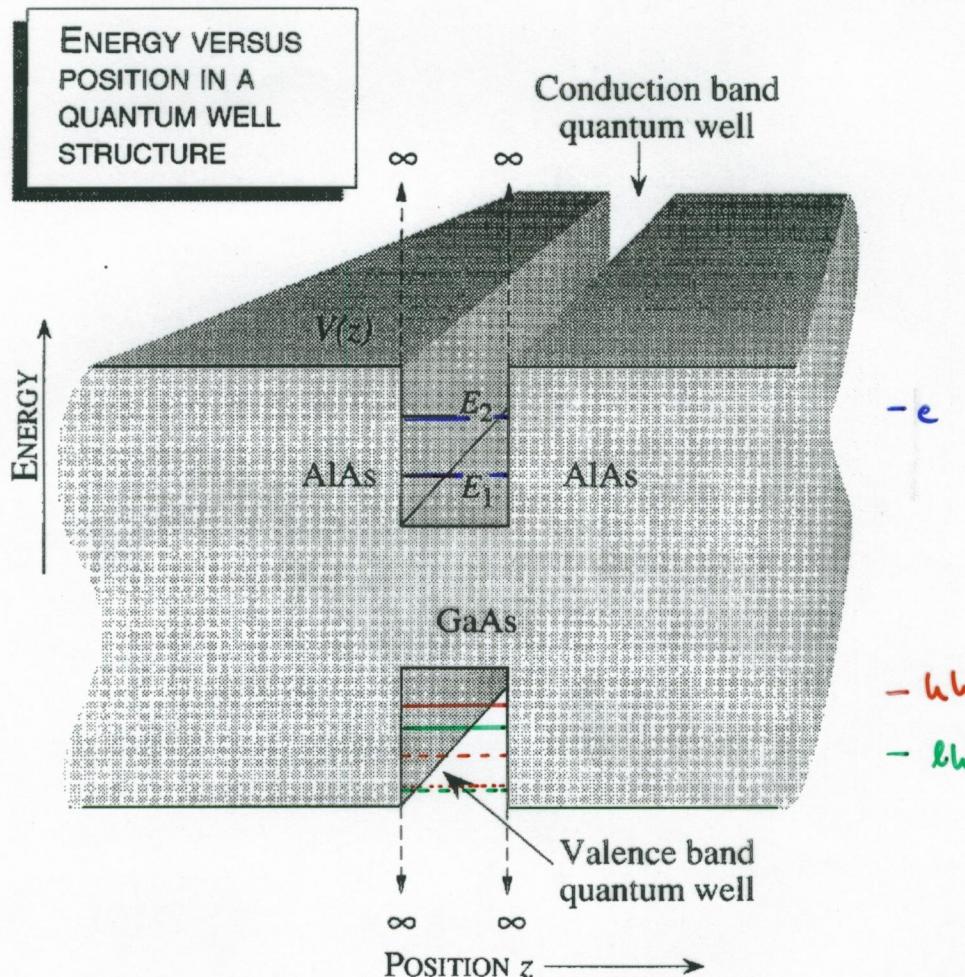
Wie aus der Folie klar ersichtlich wird nimmt mit zunehmender Topfbreite W die Anzahl der Lösungen zu. Es gibt aber immer mindestens eine Lösung. Aus obigen Bild ist offensichtlich, dass wenn der Kreis im Bereich

$$(N-1) \cdot \frac{\pi}{2} \leq \sqrt{\frac{2 \cdot m_B \cdot V_0}{\hbar^2}} \cdot \left(\frac{W}{2}\right) < N \cdot \frac{\pi}{2}$$

ist, dann gibt es N Lösungen wobei

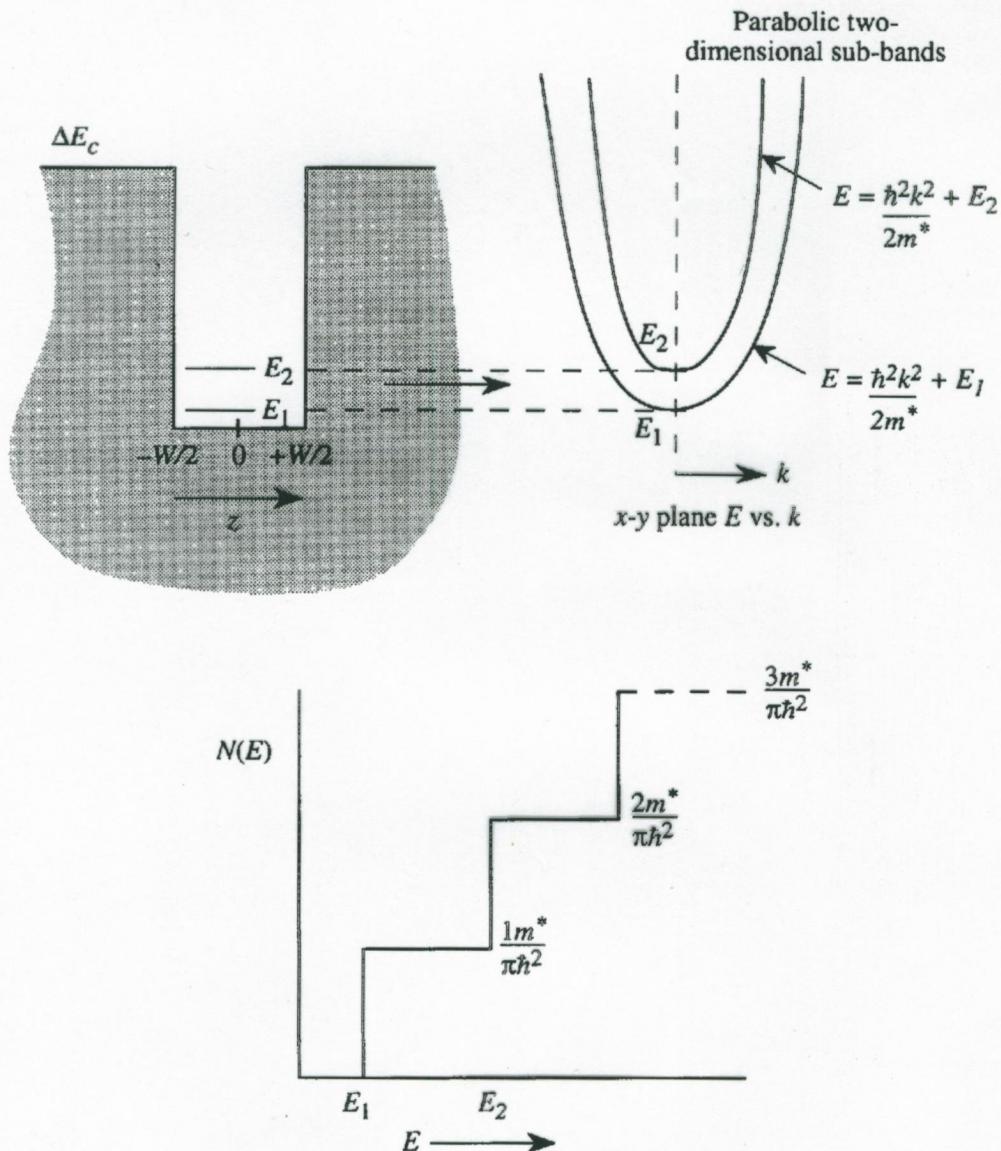
$$N = 1 + \text{int} \left[ \frac{2}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_B \cdot V_0}{\hbar^2}} \cdot \frac{W}{2} \right]$$

Für Halbleiter ist  $V_0$  jetzt dann entweder  $\Delta E_C$  für Elektronen bzw.  $\Delta E_V$  für Löcher. Wegen der unterschiedlichen Massen der schweren und leichten Löcher spalten deren Energieniveaus im QW auf



**Figure 3.8:** Schematic of a quantum well and the sub-band levels. Note that in a semiconductor quantum well, one has a quantum well for the conduction band and one for the valence band. Sub-bands are produced in the conduction band and the valence band. In the infinite barrier model, the barriers are chosen to have an infinite potential, as shown.

### 3.3. PARTICLE IN A QUANTUM WELL



**Figure 3.9:** Schematic of a quantum well and the subband levels. In the  $x-y$  plane the subbands can be represented by parabolas. Note that in a semiconductor quantum well, one has a quantum well for the conduction band and one for the valence band. Subbands are produced in the conduction band and the valence band.

$$E(u, k_x, k_y) = \frac{\pi^2 \hbar^2 u^2}{2 m_w^* \cdot W} + \frac{\hbar^2 k_x^2}{2 m_w^*} + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2 m_w^*}$$

Die gesamte Energie eines Elektrons bzw. Loches (gemessen von der Bandkante des bulk Topf materials) ist

$$E(u, k_x, k_y) = \frac{\pi^2 \hbar^2 u^2}{2 \cdot m_w^* \cdot W^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2 k_x^2}{2 \cdot m_w^*} + \frac{\pi^2 \hbar^2 k_y^2}{2 \cdot m_w^*}$$

Dies ergibt eine Serie von Subbändern für  $u=1, 2, 3, \dots$  wie in Folie Fig. 3.9 sichtbar.

In jedem Subband verhalten sich die Elektronen bzw. Löcher als ob eine 2-dim. Welt existiert und ihre Zustandsdichte hat deshalb das 2-dim. stufenförmige Verhalten.

Mit Hilfe von Wachstums-technischen und Verarbeitungs-technischen Schritten kann die Dimension noch weiter verringert werden und

$\Rightarrow$  Quantum wire (Quantendraht) ( $x$  und  $z$ -Richtung)

$$E(u, l, k_y) = \frac{\pi^2 \hbar^2 u^2}{2 \cdot m_w^* \cdot W_z^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2 l^2}{2 \cdot m_w^* \cdot W_x^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2 k_y^2}{2 \cdot m_w^*}$$

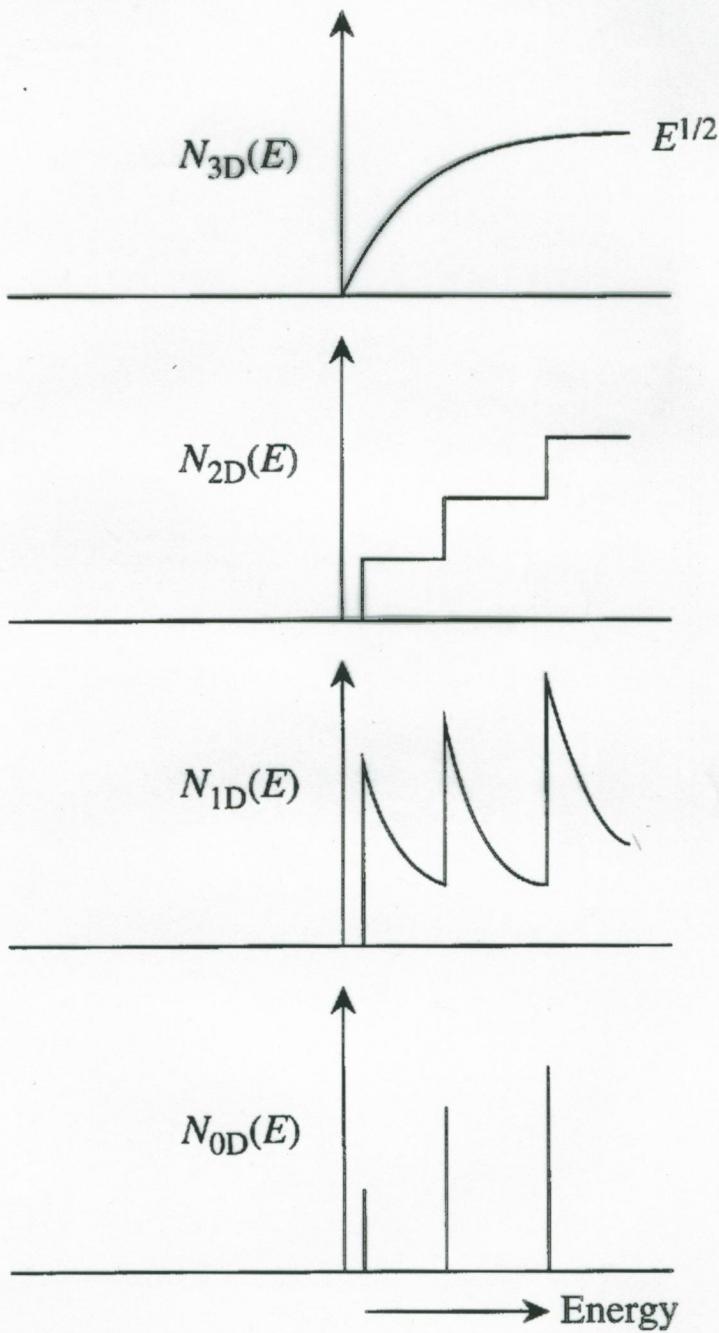
bzw.

$\Rightarrow$  Quantum dot (Quantumpunkt) ( $x, y, z$ -Richtung quantisiert)

$$E(u, l, p) = \frac{\pi^2 \hbar^2 u^2}{2 \cdot m_w^* \cdot W_z^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2 l^2}{2 \cdot m_w^* \cdot W_x^2} + \frac{\pi^2 \hbar^2 p^2}{2 \cdot m_w^* \cdot W_y^2}$$

die entsprechenden Zustandsdichten siehe nächste Folie

### 3.3. PARTICLE IN A QUANTUM WELL



**Figure 3.10:** A schematic of the density of states in a 3D, quasi-2D, quasi-1D, and quasi-0D system.

Um den Koeffizienten einer QW-Suktur zu finden müssen wir noch folgende zusätzliche Eigenschaften beachten.

- a) Schwerer Föcher zu Elektronen Übergänge haben eine stärkere Kopplung zu dem in x-y Richtung polarisierten Licht (TE polarisiert  $-\vec{E}$  in der Ebene) wobei z die Wachstumsrichtung des QW's ist, während LH Zustände nur zu z-polarisierten Licht (TM-polarisiert  $-\vec{E}$  senkrecht zur Ebene) QW droppeln. Dies ist eine Folge der Spins

Die Kopplungsstärke kann für die verschiedenen Polarisierungen folgendermaßen zusammengefaßt werden wenn wir die Impulsmatrixelemente betrachten:

### TE polarisiert.

$$HH \rightarrow C\text{-band}: |p_{if}|^2 = \frac{1}{2} |\langle p_x | p_x | s \rangle|^2 = \frac{\mu_0 \cdot \epsilon_p}{4}$$

$$LH \rightarrow C\text{-band}: |p_{if}|^2 = \frac{1}{6} |\langle p_x | p_x | s \rangle|^2 = \frac{\mu_0 \cdot \epsilon_p}{12}$$

### TM polarisiert.

$$HH \rightarrow C\text{-band}: |p_{if}|^2 = 0$$

$$LH \rightarrow C\text{-band}: |p_{if}|^2 = \frac{2}{3} |\langle p_x | p_x | s \rangle|^2 = \frac{\mu_0 \cdot \epsilon_p}{3}$$

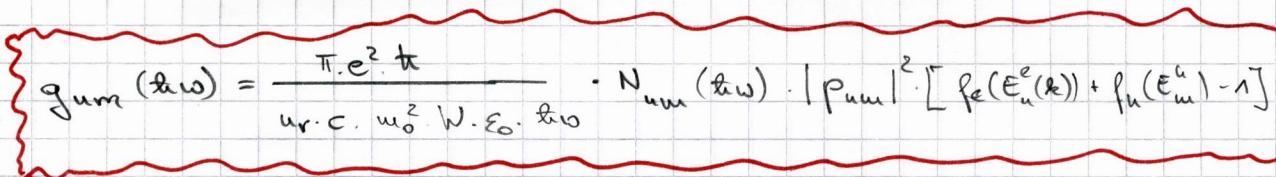
wobei  $\epsilon_p \approx 22 \text{ eV}$  für die meisten Halbleiter ist ( $\epsilon_p = \frac{2pc^2}{\mu_0} = \frac{2}{\mu_0} \cdot pc^2$ )

Diese Polarisationsauswahlregeln haben wichtige Effekte auf QW-Laser wo die HH und LH Bänder nicht entartet und damit ihre Besetzung unterschiedlich ist.

In Allgemeinen, da das HH Band dem Fermi niveau  $\epsilon_p$  näher als das LH ist, gibt es für das HH Band eine stärkere Sättigungsübersättigung als f. LH. Als Resultat ergibt sich, daß das austretende Licht hauptsächlich TE polarisiert ist, d.h. die Polarisation ist senkrecht zur Wachstumsrichtung also in der Ebene des QW's.

Ist jedoch Strain vorhanden dann kann sich dies wieder ändern

Die Verstärkung für TE und TM polarisation kann nur in einem QW für das untere Valenzband-Subband und das untere Leitungsbandsubband ~~aus~~ folgendermaßen angeschrieben werden

$$g_{\text{um}}(\omega) = \frac{\pi \cdot e^2 \cdot \tau}{m_r \cdot c \cdot m_0^2 \cdot N \cdot E_0 \cdot \omega} \cdot N_{\text{um}}(\omega) \cdot |p_{\text{um}}|^2 \cdot [f_e(E_u^e(\omega)) + f_h(E_u^h(\omega)) - 1]$$


Wobei  $N_{\text{um}}(\omega)$  die gemeinsame Zustandsdichte "point density of state" des e-h Bandes ist.

wobei

$$\frac{N_{\text{cv}}^{2D}(\omega)}{W} = \frac{m_r^*}{\pi \cdot \hbar^2 \cdot W} \cdot \sum_{\text{um}} \langle g_e^{um} | g_h^{um} \rangle \cdot \Theta(E_{\text{um}} - \omega)$$

/ Heaviside Step function

$$\text{mit } E_{\text{um}} = E_{\text{gap}} + E_c^{um} + E_g^{um}$$

Electron and hole envelope function

(Bem: im 3-dim. war

$$N_{\text{cv}}^{3D}(\omega) = \frac{\sqrt{2} m_r^* \frac{3}{2} \hbar^2 (\omega - E_g)^{\frac{3}{2}}}{\pi \cdot \hbar^3}$$

das Impulsmatrixelement ist dabei

$$p_{\text{um}} = \int g_c^{um}(z) \cdot g_h^{um}(z) dz \cdot \sum_{\text{sp}} \langle \text{sp} | p | u_p^{um} \rangle$$

$g_c^{um}(z)$  elektronenene Envelopefunktion

$g_h^{um}(z)$  Löcher

$u_p^{um}$  zentrale zulässige Teil des Lochzustandes

Der Überlapp zwischen den Envelopefunktionen der Bänder ist im wesentlichen Eins für  $u=u$  (d.h. z.B. CB1  $\rightarrow$  HH1 oder CB1  $\rightarrow$  LH1) und Null für  $u \neq u$  (d.h. z.B. CB1  $\rightarrow$  HH2 oder CB2  $\rightarrow$  LH1, ...)

Das Impulsmatrixelement  $p_{\text{um}}$  wurde vorher diskutiert bei den Auswahlregeln

Ein wichtiger Punkt ist folgender:

- a) In DH-Lasern wo der Confinementfaktor  $T \approx 1.0$  ist, kann der Cavity gain leicht Werte von  $10^4 \text{ cm}^{-1}$  erreichen. In einem Resonator hoher Güte sind die Verluste jedoch nur  $\approx 30-50 \text{ cm}^{-1}$ , sodass man so eine hohe Verstärkung gar nicht benötigt bzw. ausnutzt.
- b) In einem QW-Laser der Cavity gain  $T \gg 1$  kann nur Werte bis höchstens  $100 \text{ cm}^{-1}$  erreichen. Dies ist jedoch ausreichend um den Schwellstrom zu reduzieren durch Verwendung von QW-Lasern.
- c) QW-Strukturen müssen aber nicht immer besser als breitere DH-Strukturen sein. Dies gilt vor allem bei "Narrow gap materials" wo der Auger-Effekt dominiert. Wegen dem kleineren optischen Confinementfaktor benötigen QW-Laser einen höheren Materialgain bei dem Schwellwert im Vergleich zu breiteren Lasern. Damit resultiert ein größerer  $n_{\text{eff}}$ -Wert für QW-Laser. Ist jedoch aber der Auger prozess dominant, dann ist der Schwellstrom gegeben durch

$$I_{\text{thr}} = \frac{e \cdot n_{\text{eff}} \cdot d_{\text{QW}}}{T_{\text{R}}} + e \cdot F \cdot n_{\text{eff}}^3 \cdot d_{\text{QW}}$$

z.B.  
1.5 μm-Laser

Aufgrund der Zunahme von  $n_{\text{eff}}$  in QW's muss jetzt nicht notwendiger Weise auch  $I_{\text{thr}}$  immer abnehmen durch die Reduktion der aktiver Schichtdicke.

⇒ Bei starkem Auger prozess existiert eine optimale Breite des Lasers die größer sein kann als  $50-100 \text{ nm}$  wie es für QW-Laser ohne wesentlichen Auger prozess der Fall ist.

## Verspannte Quantum Wells

### **STRAINED QUANTUM WELLS**

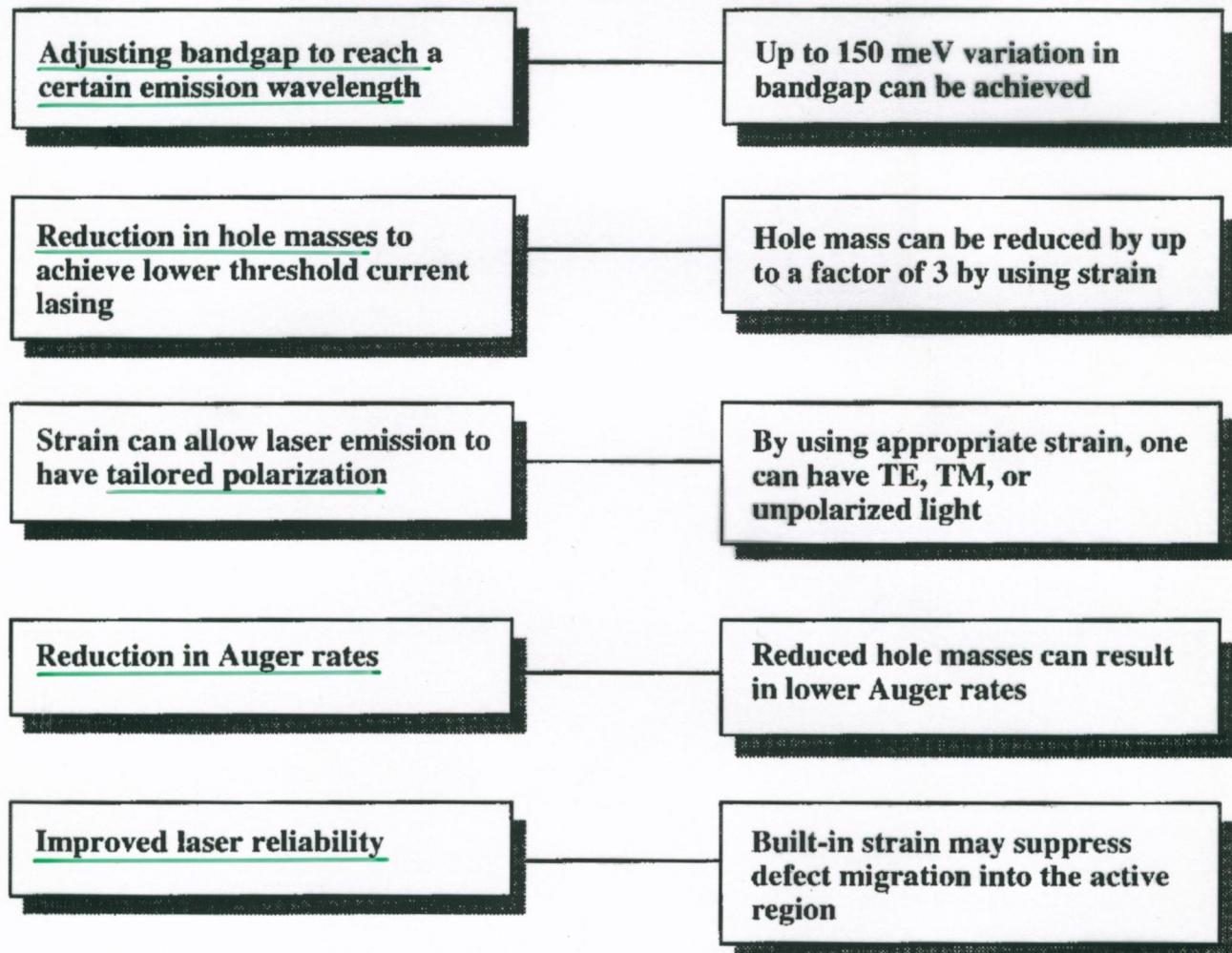


Figure 10.15: Some of the important advantages that can be achieved by incorporating strain in quantum well lasers. The issues of lower Auger recombination and laser reliability are still being researched.