

**Analyse von
Einkommen, Vermögen und Gesellschaft
mit physikalischen Methoden**

Schriftliche Hausarbeit
vorgelegt im Rahmen der Ersten Staatsprüfung für das Lehramt
für die Sekundarstufe I und II
im Fach

Physik

von
Thorsten Fründ

Paderborn, 16. Juni 2002

Gutachter: Prof. Dr. J. Mimkes

Inhaltsverzeichnis:

0. Einleitung	1
1. Statistische Verteilungen	2
1.1. Allgemeine Lagrange-Statistik	2
1.1.1. Statistische Systeme.....	2
1.1.2. Die Lagrange-Gleichung.....	2
1.1.3. Kombinatorik	3
1.2. Statistik ohne Nebenbedingungen	4
1.2.1. Poisson-Verteilung.....	4
1.2.2. Gauss-Verteilung	6
1.3. Statistik mit Nebenbedingungen	7
1.3.1. Boltzmann-Verteilung	7
1.3.2. Zusammenhang von Poisson-, Gauss- und Boltzmann-Verteilung	9
1.4. Anwendungen in der Physik	10
1.4.1. Freie Energie	11
1.5. Verteilungsberechnungen aus der Ökonomie	13
1.5.1. Cobb-Douglas-Funktion	14
1.5.2. Angebot / Nachfrage nach Pareto	18
1.6. Anwendungen der Lagrange-Statistik in der Ökonomie	19
1.6.1. Angebot / Nachfrage nach Boltzmann.....	19
1.6.2. Falschparken als Boltzmann-Verteilung.....	20
1.6.3. Automarkt in Deutschland	21
1.6.4. Vermögensverteilung in Deutschland.....	23
1.6.5. Einkommensverteilung in Deutschland	25
1.6.6. Einkommensverteilung in den USA	30
1.7. Systeme mit Wechselwirkung	32
1.7.1. Monopolstellung nach Boltzmann	33

2. Vergleich homogener statistischer Systeme	35
2.1. Homogene Systeme in der Physik	35
2.1.1. 3 Phasen der Materie.....	35
2.1.2. Phasenübergang 1. Ordnung.....	37
2.1.3. Phasenübergang 2. Ordnung.....	39
2.1.4. Abkühlungskurven homogener Materie	41
2.2. Homogene politische Systeme.....	42
2.2.1. 3 Phasen politischer Systeme.....	42
2.2.2. Phasen und Phasenübergänge bei Systemen von Staaten.....	46
2.2.3. Demokratie in armen Staaten ?.....	52
3. Flüsse	54
3.1. Wärmefluss zwischen zwei Stoffen unterschiedlicher Temperatur.....	54
3.2. Kapitalfluss zwischen zwei Gebieten unterschiedlichem Lebensstandards	56
3.3. Ost-West-Wanderung in Deutschland nach 1990.....	60
3.4. Aussichten auf die EU – Osterweiterung.....	63
4. Zusammenfassung	67
Anhang A.....	68
Anhang B.....	71
Anhang C.....	75
Literatur	

0. Einleitung

In dieser Arbeit wird versucht, gesellschaftliche Zusammenhänge mit physikalischen Mitteln zu untersuchen. Die Physik beschäftigt sich schon lange mit der Verteilung von Atomen, Teilchen oder Zuständen. Die Methoden der Physik beschreiben Systeme, die der Statistik unterliegen. Diese können offen oder geschlossen sein. Offene Systeme tauschen sich mit der Umwelt aus, geschlossene Systeme nicht. Ein Bereich der physikalischen Forschung, die Thermodynamik beschäftigt sich mit allen Arten von Systemen, die sich statistisch verhalten. Sie beschreibt ihre Regeln und kann das Verhalten eines Systems voraussagen.

In den letzten Jahren zeichnet es sich immer mehr ab, dass man mit der Thermodynamik nicht nur Systeme aus physikalischen Teilchen beschreiben kann. Es lassen sich auch statistische Systeme beschreiben, die in anderen Wissenschaften beheimatet sind. Es finden sich in der Soziologie und der Ökonomie statistische Systeme, auf die man die Gesetze der Thermodynamik anwenden kann. Man kann mit den physikalischen Erfahrungen, die man in der Thermodynamik gemacht hat, Rückschlüsse auf diese soziologischen oder ökonomischen Systeme ziehen ([1],[2]).

Schon Wolfgang Weidlich beschäftigte sich 1983 mit der theoretischen Isomorphie von Physik und Sozio-Ökonomie [3]. Danach bildeten sich in den letzten Jahren die Forschungsbereiche der Sociophysics und der Econophysics. Sie versuchen den Geld- oder Arbeitsmarkt zu beschreiben und kommen dort zu eindeutigen Ergebnissen.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Verteilung von Geld, Einkommen oder Vermögen in der Gesellschaft.

Weiterhin wird in dieser Arbeit versucht, Systeme von Staaten in verschiedene „Phasen“ oder Regierungsformen einzuteilen. Es wird mit den Erfahrungen aus der Thermodynamik, Rückschlüsse auf politische Entwicklungen in der Welt zu ziehen.

1. Statistische Verteilungen

1.1. Allgemeine Lagrange-Statistik

1.1.1. Statistische Systeme

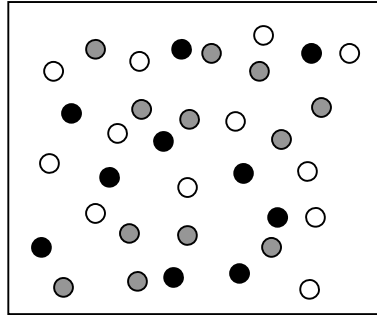


Abbildung 1: Abgeschlossenes statistisches System von N Elementen

Statistische Systeme bestehen aus einer großen Anzahl N von Teilchen, die aus unterschiedlichen Gruppen von jeweils N_k gleichen Teilchen zusammengesetzt sein können. Diese Systeme können abgeschlossen sein, ohne Kontakt oder Austausch mit der Umwelt. Sie können jedoch auch offen sein und sich mit der Umgebung austauschen. Alle diese Systeme lassen sich mit statistischen Mitteln beschreiben. Es kann sich hier zum Beispiel um Atome, Sandkörner oder eine Menge von Kugeln handeln. Weitere Systeme können Autos, Geld oder auch Menschen sein.

1.1.2. Die Lagrange-Gleichung

Die Grundlegende Formel für Verteilungen von Teilchen auf Plätze oder Zustände ist die der Lagrange-Statistik. Sie betrachtet die Zustände der Teilchen in einem System und deren Wechselwirkung und benutzt die Wahrscheinlichkeit der jeweiligen Anordnung eines Systems mit Nebenbedingungen [4].

Diese Lagrange-Funktion hat folgenden Form.

$$L = E + T \cdot \ln W \rightarrow \text{Maximum!} \quad \text{Gleichung 1}$$

Diese Funktion soll für jede Gruppe von Teilchen, auf das sie angewandt wird, maximal sein. Die Funktion ist abhängig von dem Anteil N_i der Teilchen an der Gesamtmenge N von Teilchen., so dass $\sum_i N_i = N$ gilt. Weiterhin folgt dann

$$L(x_i) = E(x_i) + T \cdot \ln W(x_i) \rightarrow \text{Maximum!}, \text{ mit } x_i = \frac{N_i}{N} \quad \text{Gleichung 2}$$

mit einem Lagrange-Parameter T . $E(x_i)$ ist eine Taylorentwicklung der gesamten Nebenbedingungen im System E für den Anteil x_i . Es setzt sich zusammen aus einer Grundwert E , dem Wert E_i für die Teilmenge x_i , und weiterhin aus Bedingungen, die

durch die nächsten, übernächsten und weitere Nachbarn gegeben sind. Im Allgemeinen wird jedoch nur der Einfluss der nächsten Nachbarn berücksichtigt. Es gilt somit

$$E(x_i) = E_0 + \sum_i E_i x_i + \sum_{ij} E_{ij} x_i x_j + \left[\sum_{ijk} E_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \right] \quad \text{Gleichung 3}$$

1.1.3. Kombinatorik

Für das Eintreten einer bestimmten Verteilung von N Kugeln auf k Kästen des Volumens V_i berechnet sich die Wahrscheinlichkeit wie folgt [5]:

$$W(N_1, N_2, \dots, N_k) = \frac{N!}{N_1! \cdot N_2! \cdot \dots \cdot N_k!} \cdot P_1^{N_1} \cdot P_2^{N_2} \cdot \dots \cdot P_k^{N_k} \quad \text{Gleichung 4}$$

Zum Beispiel kann man drei gleiche, ununterscheidbare Kugeln auf zwei Kästen unterschiedlicher Größe verteilen.

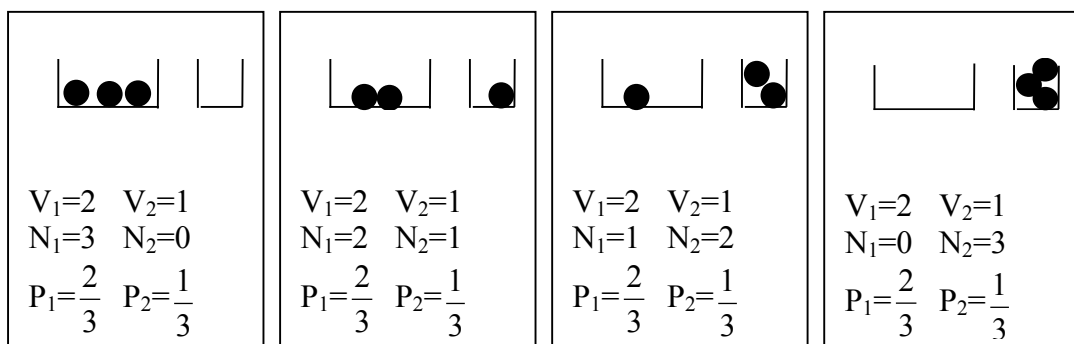


Abbildung 2: Drei Kugeln auf zwei Kästen unterschiedlicher Größe verteilt

Es befinden sich jeweils N_i Kugeln, mit $\sum N_i = N$, im Kasten mit dem Volumen V_i . Das Gesamtvolumen der zwei Kästen beträgt $\sum V_i = V = 3$, womit sich der prozentuale Volumenanteil eines Kastens mit $P_i = V_i/V$ berechnet. Damit ist auch die Wahrscheinlichkeit für die Verteilung einer einzigen Kugel gegeben. In Abbildung 2 würde die Kugel somit höchstwahrscheinlich in Kasten 1 gelegt werden, da hier die Wahrscheinlichkeit mit $P_1=2/3$ am Größten ist.

So berechnen sich die vier möglichen Fälle aus Abbildung 2 zu folgenden Wahrscheinlichkeiten:

$$W(3,0) = \frac{3!}{3! \cdot 0!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 = 0,29; \quad W(2,1) = \frac{3!}{2! \cdot 1!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 0,44$$

$$W(1,2) = \frac{3!}{1! \cdot 2!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 0,22; \quad W(0,3) = \frac{3!}{3! \cdot 0!} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 0,03$$

Werden diese Werte in einem Graph aufgetragen, ergibt sich folgendes Bild:

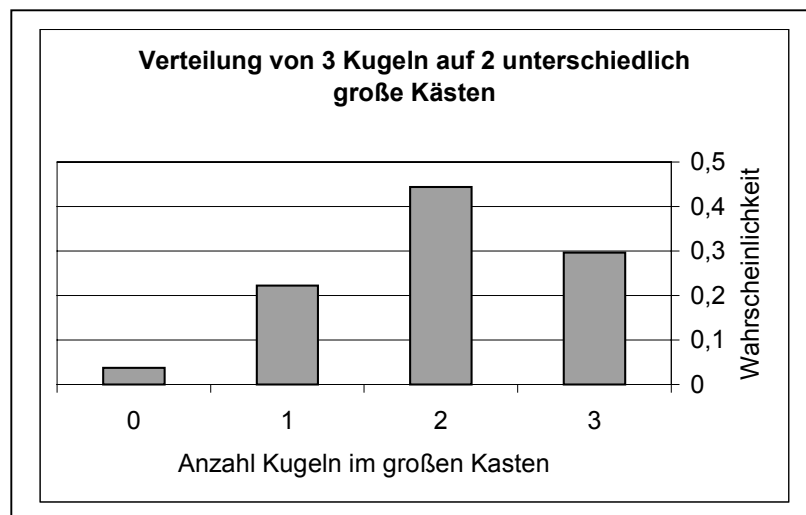


Abbildung 3: Wahrscheinlichkeitsverteilung für drei Kugeln verteilt auf zwei Kästen

Gleichung 3 und Gleichung 4 in Gleichung 1 eingesetzt führt zu

$$L(x_i) = L_0 + \sum_i E_i x_i + \sum_{ij} E_{ij} x_i x_j + T \cdot \left[\ln \frac{N!}{\prod_i N_i!} \prod_i P_i^{N_i} \right] \quad \text{Gleichung 5}$$

1.2. Statistik ohne Nebenbedingungen

1.2.1. Poisson-Verteilung

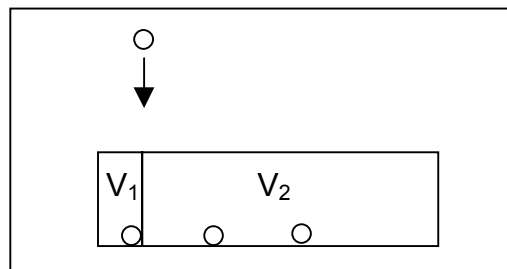


Abbildung 4: Verteilung von Kugeln auf unterschiedlich große Kästen

Ist der erste Kasten zu dem Zweiten sehr klein, so kann man die Gleichung 4 benutzen und die Formel mit Hilfe der Stirling-Formel [5] vereinfachen. Denn für eine große Anzahl N gilt für $N!$:

$$N! \approx \sqrt{2 \cdot \pi \cdot N} \cdot N^N \cdot e^{-N} \quad \text{Gleichung 6}$$

Da das Volumen V_1 sehr klein ist, ist der Erwartungswert $\bar{n} = N \cdot V_1$ für die Anzahl n der Kugeln die in dieses Volumen hinein fallen ebenfalls sehr klein. Die Stirling-Formel lässt sich jedoch nur für große Zahlen anwenden, also kann $n!$ entsprechend $N_1!$ aus Gleichung 4 nicht ersetzt werden. Ersetzt man nun $N!$ und $(N-n)!$ durch diese Näherung

mit Hilfe der Stirling-Formel kommt man auf die Formel der Poisson-Verteilung (Die Rechnung findet sich im Anhang A).

$$W_N(n) = \frac{\bar{n}^n \cdot e^{-\bar{n}}}{n!}$$

Gleichung 7

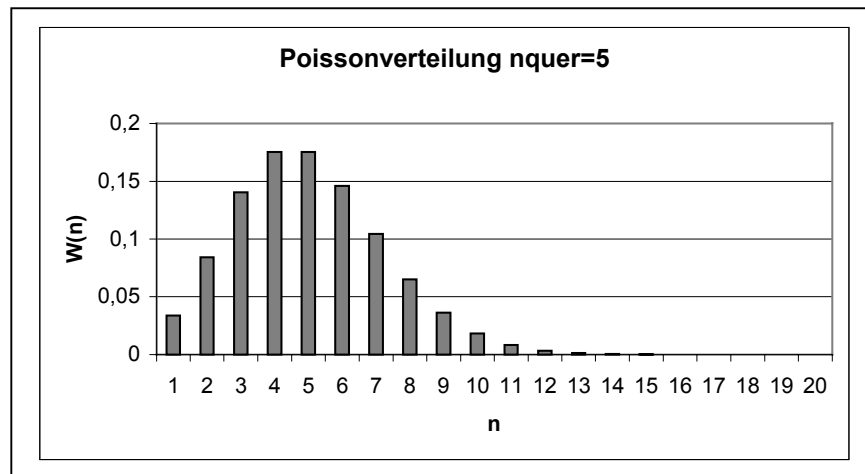


Abbildung 5: Poisson-Verteilung mit Mittelwert nquer = 5

Diese Verteilung, dargestellt in Abbildung 5, ist eine unsymmetrische, da negative Werte für n nicht vorkommen, große n Werte treten in dieser Verteilung mit sehr kleinen Werten für die Wahrscheinlichkeit auf. Die Summe ist auf die Gesamtwahrscheinlichkeit von 1 normiert

Ein Beispiel für eine solche Verteilung findet man bei der Betrachtung der Anzahl von Telefonanrufen, die man täglich erhält. Erhält man im Mittel $\bar{n} = 5$ Anrufe täglich, dann lässt sich mit Gleichung 7 ausrechnen, wie wahrscheinlich es ist, $n = 0, 1, 2$ Anrufe zu erhalten. Diese Verteilung ist ebenfalls in Abbildung 5 dargestellt. Nach der normierten Verteilung liegt die Wahrscheinlichkeit dafür, fünf Anrufe zu bekommen bei etwa 17 %. Mit wachsendem n nimmt die Wahrscheinlichkeit entsprechend viele Anrufe zu erhalten stark ab. Schon bei einer Anzahl von 10, also einer Steigerung um 100%, liegt der Wert für die Wahrscheinlichkeit nur noch bei 2 %. Diese Reihe kann bis zu endlich vielen Anrufen fortgesetzt werden. Die entsprechenden Werte würden dann allerdings im verschwindend geringen Bereich liegen. Schon eine Anzahl von 20 Anrufen hat nur noch die Wahrscheinlichkeit von $2,6 \cdot 10^{-7}$.

1.2.2. Gauss-Verteilung

Jetzt werden zufällig vier Kugeln auf zwei gleich große Kästen verteilt. Für jede Kugel ist die Wahrscheinlichkeit entweder in einen oder in dem anderen der Kästen zu landen gleich $1/2$.

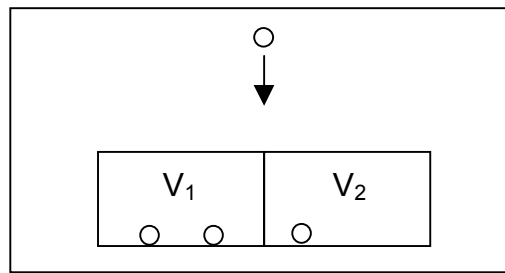


Abbildung 6: Verteilung von vier Kugeln auf zwei Kästen

Das macht für alle Kugeln zusammen in einer beliebigen Verteilung $\left(\frac{1}{2}\right)^{20} = \frac{1}{1048576}$.

Somit gibt es 1048576 Möglichkeiten die Kugeln zu verteilen. Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten dieser Möglichkeiten (Wie zum Beispiel fünf Kugeln in Kasten eins und 15 Kugeln in Kasten zwei) lässt sich mit Gleichung 1 leicht berechnen.

$$W(3,1) = \frac{20!}{5! \cdot 15!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{15} = 0,0148 \quad \text{Gleichung 8}$$

Für die gesamte Wahrscheinlichkeitsverteilung ergibt sich

Abbildung 7.

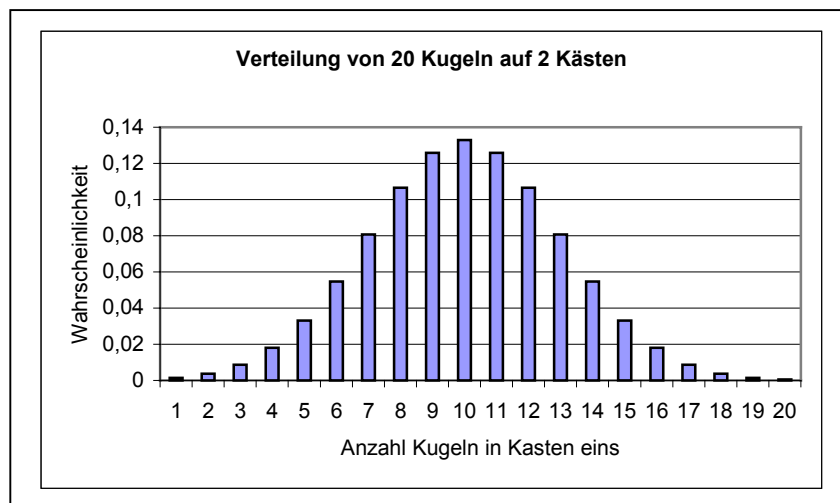


Abbildung 7: Verteilung von 4 Kugeln auf 2 Kästen

Aus der kombinatorischen Gleichung 4 ergibt sich dann die Normal-, oder Gauss-Verteilung [6] der Form:

$$W(N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(N-\bar{N})^2}{2\sigma^2}} \quad \text{Gleichung 9}$$

Diese Verteilung ergibt die bekannte Glockenkurve, welche die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass sich N Kugeln in einem Kasten befinden, in dem sich (höchstwahrscheinlich) nach Berechnung des Erwartungswerts $\bar{N} = P \cdot N$ Kugeln

befinden. σ gibt in dieser Formel die Halbwertsbreite der Funktion an und berechnet sich als $\sigma = \sqrt{N}$.

1.3. Statistik mit Nebenbedingungen

Bei der Betrachtung der Lagrange-Funktion wurde nur die Beziehung zum nächsten Nachbarn berücksichtigt. Können dies beliebig viele unterschiedliche Arten von Nachbarn sein, so ergibt sich aus Gleichung 5 die Formel für die abgewandelte Lagrange-Funktion (Rechnung findet sich in Anhang A):

$$L(x_i) = \sum_i E_i x_i + \sum_{ij} E_{ij} x_i x_j + T \left[-N \left(\sum_i x_i \ln x_i + N \sum_i x_i \ln \frac{V_k}{V} \right) \right] \rightarrow \text{Max! Gleichung 10}$$

Da x_i ebenso wie V_k/V eine Zahl kleiner als 1 ist, ist der Logarithmus dieser Zahl kleiner als Null, womit die Klammer hinter dem T insgesamt ein positives Vorzeichen bekommt.

1.3.1. Boltzmann-Verteilung

Ist jetzt der Fall gegeben, dass beliebig viele verteilte Güter keine Beziehungen oder Abhängigkeiten zueinander haben ($E_{ij} = 0$), so ist die Verteilung nur noch von den individuellen E-Werten und der Wahrscheinlichkeit abhängig. Als Nebenbedingung E wird hier auf die Lage der Kästen in unterschiedlicher Höhe zurückgegriffen.

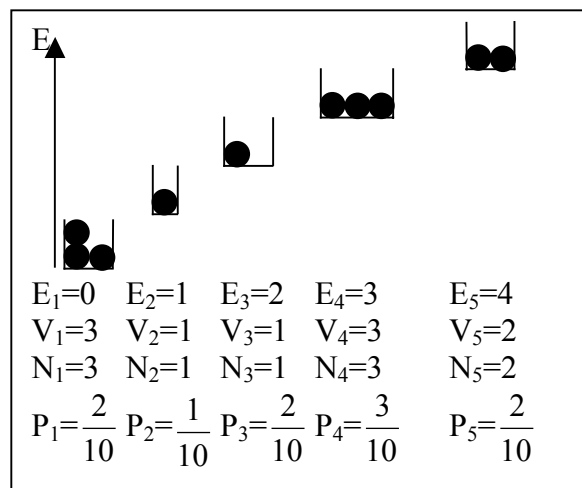


Abbildung 8: 10 Kugeln auf 5 Kästen unterschiedlichen Niveaus verteilt

Berechnet man die Wahrscheinlichkeit für die angezeigte Verteilung, so muss hier wieder die Lagrange-Statistik angewendet werden.

$$L = T \cdot \ln W - E \rightarrow \text{Maximum!} \qquad \text{Gleichung 11}$$

Das E wird hier auf die eigenen E_i Werte (die höheren Anteile) von E reduziert, also werden die Wechselwirkungen mit den Nachbarn werden nicht berücksichtigt. Die Wahl des Vorzeichens von E hängt nur von der jeweiligen Deutung ab. Hier muss das

entsprechende E_i aufgebracht werden, um den nächst höheren Zustand zu erreichen. Die Teilchen geben die Energie ab und sie wird somit negativ bewertet. Würden die Teilchen die Energie gewinnen, so würde sie ein positives Vorzeichen tragen. E wird als Nebenbedingung im System der N Kugeln betrachtet und T ist der sogenannte Lagrange Parameter. Die Gleichung besagt an erster Stelle, dass sich das Maximum von $\ln W$ gleichbedeutend mit dem Maximum von W , also dem wahrscheinlichsten Zustand, einstellen muss. Weiterhin ist die Größe der Energie E (Nebenbedingung oder Ordnungsparameter), die die Wahrscheinlichkeit W einschränkt und der Lagrange Parameter T wichtig. Ein ordentliches System ist unwahrscheinlich, deshalb ist dann W klein, wenn ein unwahrscheinlicher Zustand eintritt muss die Nebenbedingung (das E) sehr groß sein, um diesen ordentlichen Zustand herzustellen.

Setzt man nun Gleichung 4 in Gleichung 11 ein, ergibt sich:

$$L = T \cdot \ln W - E = T \cdot \ln \left(\frac{N!}{\prod N_i!} \cdot \prod \left(\frac{V_j}{V} \right)^{N_j} \right) - E \quad \text{Gleichung 12}$$

Analog zur Abwandlung der Lagrange-Funktion im Anhang A kommt man mit der Stirling-Formel: $\ln N! = N \ln N - N$ und $E = \sum N_i E_i$ zu folgender Form der Gleichung:

$$L = -\sum N_k E_k + T \cdot \left(N \ln N - \sum (N_i \ln N_i) + \sum \left(N_j \ln \frac{V_j}{V} \right) \right) \rightarrow \text{Maximum} \quad \text{Gleichung 13}$$

Da im statistischen Gleichgewicht ein Maximum der Funktion vorliegt, muss die Ableitung von Gleichung 13 notwendigerweise gleich Null sein und kann damit gleich null gesetzt werden:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial N_i} = 0 &\Leftrightarrow -E_i + T \left(\ln N + 1 - (\ln N_i + 1) + \ln \frac{V_j}{V} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{E_i}{T} = \ln \frac{N}{N_i} \frac{V_j}{V} \Leftrightarrow e^{\frac{E_i}{T}} = \frac{N}{N_i} \frac{V_j}{V} \\ &\Leftrightarrow N_i = N \cdot \frac{V_j}{V} \cdot e^{-\frac{E_i}{T}} \quad \text{Gleichung 14} \end{aligned}$$

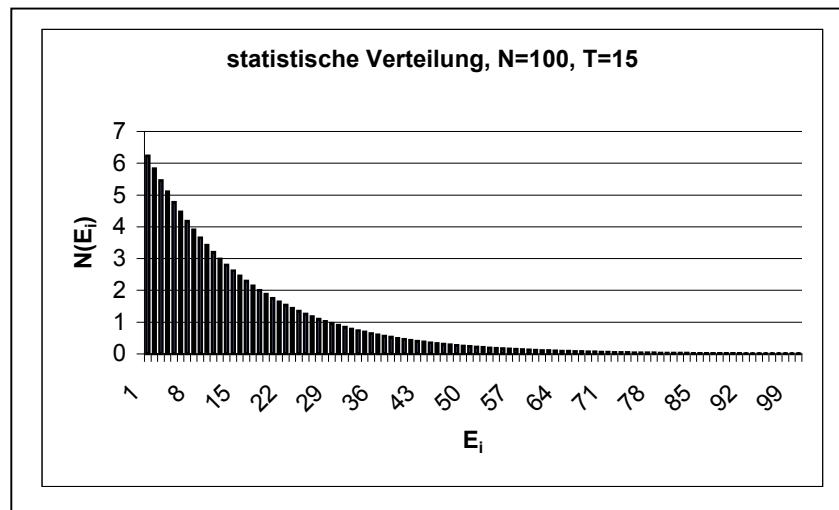


Abbildung 9: statistische Verteilung

1.3.2. Zusammenhang von Poisson-, Gauss- und Boltzmann-Verteilung

Betrachtet man nun die Unterschiede zwischen den drei vorgestellten Verteilungen, so gehen alle von ähnlichen statistischen Verteilungen aus. Es werden Kugeln auf Kästen verteilt, und alle benutzen die gleiche Ausgangsformel: Gleichung 1 bzw. Gleichung 4. Es sind nur kleine Umstände oder Bedingungen, die zu unterschiedlichen Formeln für die Verteilungen führen. Die Poisson-Verteilung geht von nur einem kleinem Kasten aus, in den die Kugeln fallen können. Die Voraussetzung, dass alle Kugeln in bestimmte gleiche Kästen fallen, führte zur Gauss-Verteilung. Kommt noch eine Nebenbedingung wie die Lage der Kästen hinzu, so benutzt man die Lagrange-Funktion, in der Nebenbedingung und Wahrscheinlichkeit vereint werden. Diese führt dann zur Boltzmann-Verteilung. Bei den ersten beiden Verteilungen tritt keine Nebenbedingung auf. Die Formel bezieht sich nur auf die kombinatorische Wahrscheinlichkeit. Untersucht man jetzt Gleichung 1, so kann man, für den Fall dass keine Nebenbedingung existiert, den Wert für E null setzen. Dann besteht die Formel nur noch aus dem Term $L = \ln W$. Auch diese Funktion sucht ihr Maximum. Da die Logarithmusfunktion mit dem Wert von W ebenfalls ansteigt, stellt sich also hier der Zustand mit der größten Wahrscheinlichkeit ein. Dies führt dann wiederum zu den ersten Verteilungen. Die Lagrange-Funktion ist demnach grundlegend für alle drei Verteilungen. Somit kann die Boltzmann-Verteilung, die aus der Lagrange-Funktion folgt, als grundlegend für sowohl die Poisson- als auch für die Gauss-Verteilung angesehen werden.

1.4. Anwendungen in der Physik

Auch in der Physik gibt es Beispiele für Verteilungen. Auch hier gibt es Fälle, in denen die Werte für E_{ij} variieren. So können sich Atomstrukturen von Mischungen zweier Stoffe auch nach dem Vorzeichen von E_{ij} richten. Binden sich Atome vorzüglich an Atome anderer Art, ist die Wechselwirkung hoch ($E_{ij} > 0$), so wie sie zum Beispiel beim Natrium-Chlorid zu finden ist. Jedes Natrium Atom ist von Chlor Atomen umgeben.

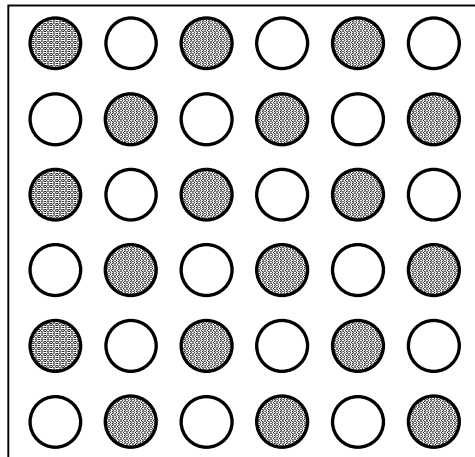


Abbildung 10: regelmäßige Anordnung von Natrium- und Chloratomen im Kristall [7].

Sind die Atome weder an die Nachbarschaft von Atomen eigener Art noch an die von Atomen anderer Art besonders interessiert, so ist $E_{ij} = 0$ und es tritt keine Wechselwirkung auf. Die Nachbarschaft eines Atoms ist zufällig. Beispiele hierfür findet man bei der Mischung von Gasen. Die Atome sind hier ungebunden und frei.

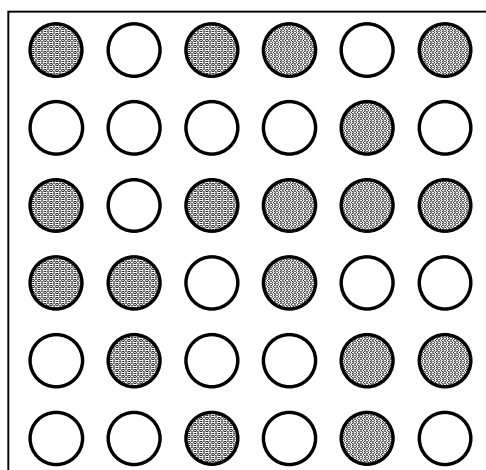


Abbildung 11: Atomverteilung in einer Mischung von Gasen [7].

Bevorzugen Atome in einer Mischung von Atomen die Nachbarschaft eigener Atome, so ist die Wechselwirkung zwischen den unterschiedlichen Atomen negativ ($E_{ij} < 0$). Die Gruppen der Atome trennen sich. Nur an den Grenzschichten bilden sich

Nachbarschaften unterschiedlicher Atome. Ein Beispiel hierfür ist die Mischung von Wasser und Öl in einem Glas.

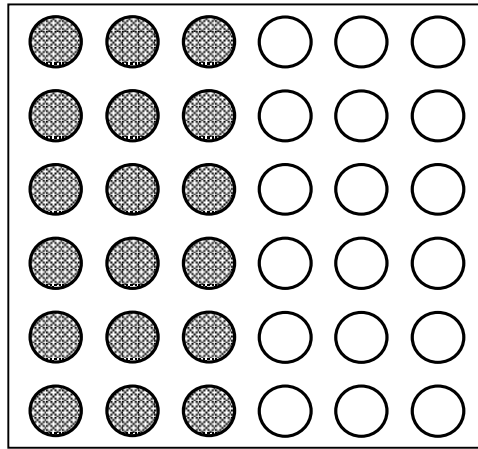


Abbildung 12: Atomanordnung bei Wasser und Öl [7].

1.4.1. Freie Energie

Bei der anfänglichen Betrachtung von der Verteilung wurde davon ausgegangen, dass Kugeln auf Kästen verteilt werden. Wenn man jedoch genauer hinschaut, so fällt auf, dass es bei der Berechnung gar nicht wichtig ist, dass Kugeln verteilt werden. Wenn es also nicht wichtig ist, was verteilt wird, kann mit Hilfe der Gleichung 14 eigentlich jede beliebige Verteilung mit einer Nebenbedingung beschrieben werden.

In der Physik wird so eine Verteilungsfunktion berechnet. Es wird hier immer die Freie Energie als Interpretation der Lagrange-Funktion betrachtet. Diese Freie Energie entspricht dem negativen der Lagrange-Funktion und muss demnach minimiert werden.

Ein weiterer Unterschied von der Physik zur rein statistischen Betrachtung ist der, dass in der Physik nicht von einer Wahrscheinlichkeit W und deren Logarithmus die Rede ist, sondern von der Entropie S . Die Entropie gibt ein Maß für die Ordnung an. Ein geordnetes System ist sehr unwahrscheinlich. Ein Beispiel für ein ordentliches System wäre der Aufenthalt aller Kugeln im untersten Kasten in Abbildung 8. Dieser Zustand ist sehr unwahrscheinlich. Wenn in allen Kästen so viele sind, wie es dem Volumenanteil unter der Nebenbedingung entspricht, dann ist auch die Entropie des Systems maximal. Die Entropie kann in allen Fällen nur anwachsen. Denn ein unordentliches System kann nicht wieder in einen ordentlichen Zustand zurückversetzt werden, es sei denn es treten äußere Bedingungen auf, wie sie durch die Nebenbedingung E gegeben sind. So ist eine geschlossene Parfümflasche ein sehr ordentliches System. Das Parfüm ist in der Flasche, die Luft draußen. Die Entropie ist also minimal. Öffnet man die Flasche, so strömen die Parfümmoleküle aus der Flasche heraus und im Wechsel Luft hinein. Das System wird um so unordentlicher je mehr sich die Moleküle verteilen. Das System strebt seinem Minimum, also der kompletten Auflösung aller Ordnung entgegen. Die Ausnahme ist, wenn eine Rahmenbedingung E

gegeben wäre, ein hoher Luftdruck außerhalb der Flasche, so dass kein Molekül entkommen kann. Die Variable T gibt die Temperatur an. Die Temperatur ist ein Maß für die Bewegungsenergie von Teilchen. Bei einer hohen Temperatur haben sie eine hohe Bewegungsenergie und damit das Bedürfnis Bindungen aufzulösen und so zwangsläufig die Entropie zu erhöhen. Ist T niedrig, so bleibt auch der Einfluss der Entropie auf die Freie Energie klein. Man kann T hier ebenso wie oben auch als einen Ordnungs- oder Toleranzparameter sehen, der die Unordnung in einem System zulässt oder sie unterbindet. Für die Freie Energie gilt also [8]:

$$F = -L = E - T \cdot S \rightarrow \text{Minimum} \quad \text{Gleichung 15}$$

Mit einer Rechnung, die zu der der Lagange-Funktion analog ist, kommt man dann zu der Boltzmann-Verteilung.

$$N_i = N \cdot P_i \cdot e^{-\frac{E_i}{T}}. \quad \text{Gleichung 16}$$

Der Term P_i dieser Formel kann oft auch vernachlässigt werden, da bei gleich großen Kästen dieser Wert konstant ist und bei der Herleitung der Verteilung wegfallen würde. Sucht man in der Physik nach entsprechenden Formeln, so findet man zum Beispiel die barometrische Höhenformel, die angibt wie viele Atome sich in bestimmter Höhe befinden. (Die Herleitung dieser Formel befindet sich in Anhang A):

$$n(h) = n \cdot e^{-\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}} \quad \text{Gleichung 17}$$

Der Term $m \cdot g \cdot h$ ist die hier die Potentielle Energie, die als Nebenbedingung genutzt wird, k ist eine Konstante. Die Funktion entspricht der Funktion von Gleichung 14. Weitere Verteilungen dieser Art finden sich in der Physik als

- Geschwindigkeitsverteilungen von Elektronen in idealen Gasen
(Maxwell-Boltzmann-Verteilung, mit der kinetischen Energie als Nebenbedingung)
- Verteilung der Anzahl von Elektronen in angeregten Zuständen im Plasma
(mit der jeweiligen Anregungsenergie als Nebenbedingung)
- Verteilung von emittierter Stromdichte bei der Glühemission
(Richardson-Gleichung, mit der Austrittsarbeit der Elektronen als Nebenbedingung)

Bei all diesen Beispielen findet man eine äquivalente Verteilungsfunktion mit exponentiellem Faktor der Form $e^{-\frac{E}{T}}$ [8].

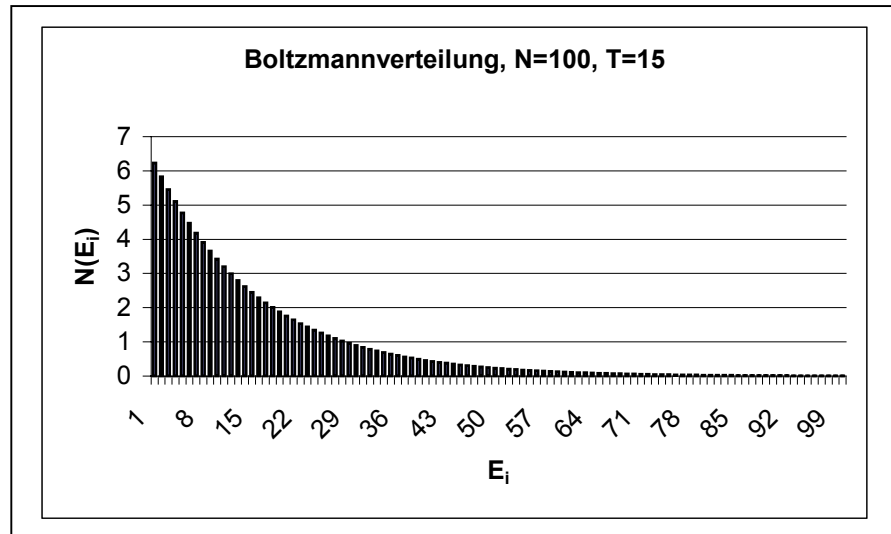


Abbildung 13: Boltzmann-Verteilung

Abbildung 13 zeigt nun eine solche Boltzmann-Verteilung. So entspricht auch die oben berechnete Verteilung der Sauerstoffatome in Abhängigkeit von der Höhe einem solchen Graphen. Demnach sind die unteren Luftschichten mit mehr Sauerstoffatomen versehen als die höheren, was jeder Bergsteiger schon selbst erfahren hat. Deshalb wird der Mount Everest häufig mit einem Atemgerät bestiegen, damit der Körper mit genügend Sauerstoff versorgt wird.

1.5. Verteilungsberechnungen aus der Ökonomie

Im oberen Abschnitt wurden nur physikalische Verteilungen betrachtet. Doch Verteilungen gibt es überall:

- Käufer werden auf verschiedene Produkte verteilt
- Autos werden auf Autobesitzer verteilt
- Menschen werden in Lohn- oder Steuerklassen aufgeteilt

Alle diese Verteilungen könne auch umgedreht werden, so das

- Produkte auf Käufer
- Autobesitzer auf Autos
- Lohn- und Steuerklassen auf Menschen

verteilt werden.

Verteilungen wie die Aufgeführten sind in der Ökonomie zu finden. Bevor nun versucht wird, die Lagrange-Statistik auf die Ökonomie zu übertragen, soll die, in der Ökonomie übliche, Berechnung der Pareto-Verteilung vorgestellt werden.

1.5.1. Cobb-Douglas-Funktion

Auch die Ökonomen benutzen, zur Berechnung der ökonomischen Verteilungen die Lagrange-Funktion. Im Unterschied zur Naturwissenschaft gehen die Ökonomen nicht von einer stochastischen Verteilung der ökonomischen Güter aus, sondern von einer rationalen Verteilung. An Stelle der Entropie-Funktion wird in Ökonomie die Cobb-Douglas-Funktion Y eingesetzt [2]:

$$\lambda \cdot Y - \sum N_j k_j \rightarrow \text{Maximum!} \quad \text{Gleichung 18}$$

Y ist hier eine Produktionsfunktion, die unter der Nebenbedingung des gesamten Kapitals K des Systems Maximal wird. N_j steht für die Anzahl von Menschen oder Dingen in der Kostenklasse k_j . Ökonomen benutzen die Variable λ um die das mittlere Kapital pro Mensch zu beschreiben. Es entspricht der Temperatur T eines physikalischen Systems. Um Verwirrungen zu vermeiden, wird in der folgenden Rechnung T für λ eingesetzt, da es ihm Sinngemäß entspricht. Diese ökonomische Produktionsfunktion ist jedoch ohne statistische Hilfsmittel entstanden, da angenommen wird, dass sich die Ökonomie nicht wie ein statistisches System verhält. Die Funktion Y drückt sich in folgender Form aus:

$$Y = A \cdot N_1^{\alpha_1} \cdot N_2^{\alpha_2} \cdot N_3^{\alpha_3} \cdot \dots = A \cdot \prod N_j^{\alpha_j} \quad \text{Gleichung 19}$$

A ist eine Konstante des betrachteten Systems, die α_i sind Elastizitäts-Konstanten, deren Summe 1 ergibt. $\sum \alpha_i = 1$. Da nun bei Gleichung 18, genauso wie bei der Lagrange-Funktion, ein Maximum vorliegt muss auch hier die Ableitung der Funktion nach N_i gleich Null sein.

$$T \cdot \frac{\partial Y}{\partial N_i} - k_i = T \cdot \alpha_i \cdot \frac{Y}{N_i} - k_i = 0 \quad \text{Gleichung 20}$$

Löst man die Formel nach N_i auf, so bekommt man ein Ergebnis in Abhängigkeit von k_i .

$$N_i(k_i) = \frac{T \cdot \alpha_i \cdot Y}{k_i} \quad \text{Gleichung 21}$$

Untersucht man Einkommensverteilungen stellt man fest, dass die Anzahl Personen in einer Einkommensklasse mit der Höhe der Klasse abnimmt. Möchte man einen Wert für das jeweilige Kapital K_i einer Klasse im System errechnen, so müssen die eben berechneten N_i der Klassen mit dem durchschnittlichen Einkommen der Klasse k_i multipliziert werden.

$$K_i(k_i) = k_i \cdot N_i = \alpha_i \cdot T \cdot Y \quad \text{Gleichung 22}$$

Das Vermögen in einer Klasse ist also nur von den Elastizitäts-Konstanten α_i abhängig. Das gesamte Kapital K des gesamten Systems ist dann die Summe über das Kapital aller Klassen.

$$K = \sum K_i(k_i) = \sum N_i k_i = \left(\sum \alpha_i \right) \cdot T \cdot Y = T \cdot Y = \text{konstant!} \quad \text{Gleichung 23}$$

Möchte man nun ein Beispiel für eine Pareto-Verteilung in der Ökonomie betrachten, so kann man die Verteilung des Vermögens in der Bundesrepublik Deutschland im Jahr 1993, aufgestellt vom DIW, betrachten. Das gesamte Vermögen in der Bundesrepublik betrug im genannten Jahr 9,920 Billionen DM auf 35,6 Millionen Haushalte verteilt. Daraus berechnet sich ein durchschnittliches Vermögen von 278 Tausend DM pro Haushalt. Die gemessene Verteilung ist in Tabelle 1 aufgestellt.

Vermögensverteilung in Deutschland 1993 (nach DIW)			
K: Kapital(gesamt)		9920 Milliarden DM	
N: Anzahl Haushalte		23,6 Millionen Hh	
T: Durchschnittliches Kapital		278000 DM/Hh	
i	Vermögensklasse k_i in 1000 DM	Anzahl Hh in Klasse k_i in %	Kapitel K_i in Klasse k_i in %
1	Kein Vermögen	1,5	0
2	Weniger als 100	44,5	9,5
3	100 – 250	24,7	17,6
4	250 – 500	20,3	28,1
5	500 – 1000	6,3	16,8
6	Mehr als 1000	2,7	28

Tabelle 1: Vermögensverteilung D 1993 nach DIW [9]

Eine in der Ökonomie beliebte Darstellungsform solcher Verteilungen ist die Lorenz-Verteilung. Diese gibt das Kapital in den Haushalten über der Anzahl der Haushalte an. An dieser Kurve kann man ablesen wie viele Haushalte wie viel des Kapitals besitzen.

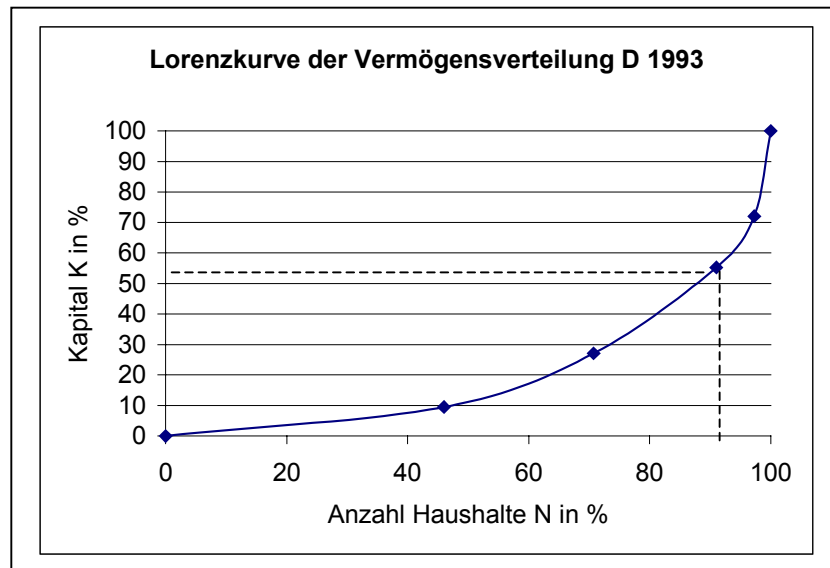


Abbildung 14: Lorenz-Verteilung für Deutschland 1993

Wie durch die gestrichelte Linien angedeutet, lässt sich aus Abbildung 14 entnehmen, dass 1993 ca. 10 % der Haushalte gut 55 % des Kapitals des ökonomischen Systems Deutschlands besaßen. Man könnte behaupten, dass dies keine gerechte Verteilung ist. Aber diese Frage wird später noch diskutiert. Auf die in Tabelle 1 angegebenen Werte dieser Verteilung kann man nun die Pareto-Verteilung anwenden. Da die Werte für die Verteilung nicht äquidistant sind, können die theoretischen Werte nicht direkt berechnet werden. Es wurden äquidistante Vermögensklassen von 10000 DM gebildet und diese dann entsprechend summiert. Es ergibt sich einmal ein Graph für die Anzahl Haushalte pro Vermögensklasse und einmal einer für das Kapital in der entsprechenden Vermögensklasse.

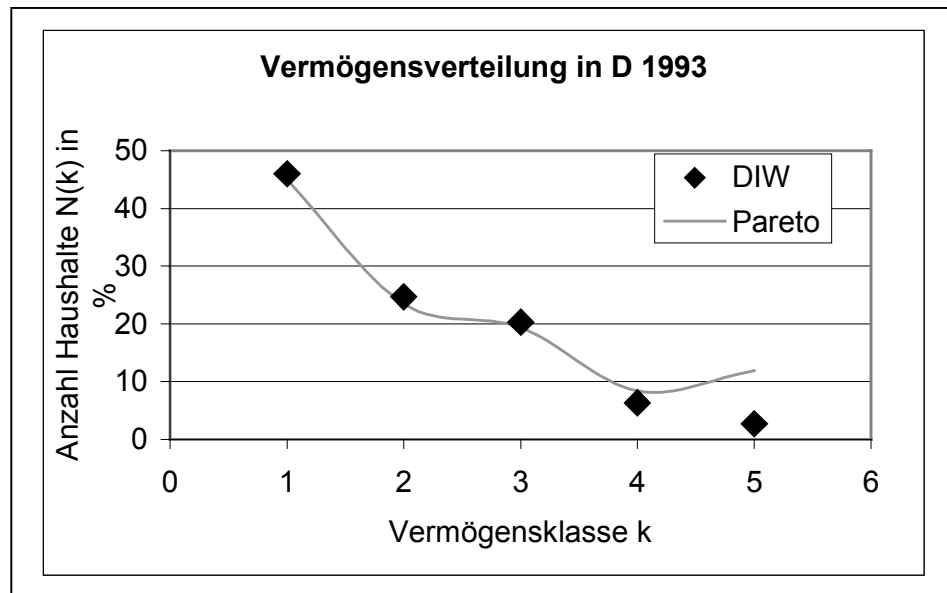


Abbildung 15: Verteilung der Haushalte auf Vermögensklassen nach Pareto

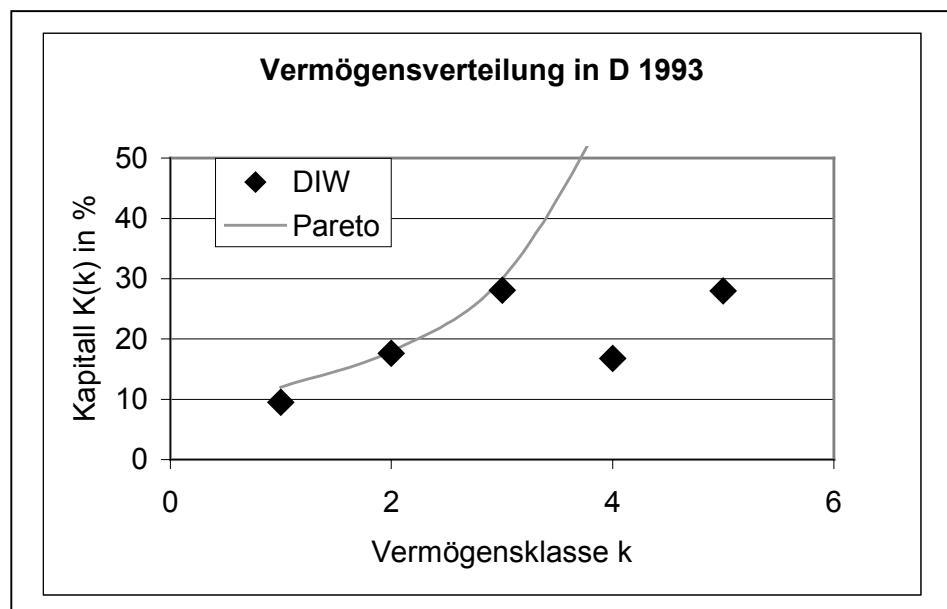


Abbildung 16: Verteilung des Kapitals auf Vermögensklassen nach Pareto

Die Cobb-Douglas-Funktion für die Haushalte ist vom Typ her eine Hyperbel, da sie von $1/k$ abhängig ist. Dies ist hier im Graphen nicht deutlich zu erkennen, da auf Grund der nicht äquidistanten Vermögensklassen die Haushalte und das Vermögen summiert werden mussten. Die Kapitalfunktion ist nach Gleichung 22 eine Konstante, da die Elastizitätswerte α_i als in allen Klassen gleich angenommen werden, was im Graph aus den oben genannten Gründen nicht zu sehen ist.

Die Anpassung nach Pareto passt angemessen gut an die Werte des DIW. Allerdings gibt es bei genauerer Betrachtung einige Schwierigkeiten. Eine Hyperbel würde für $k \rightarrow 0$ gegen ∞ gehen. Das hieße, unendlich viele Personen hätten kein Vermögen. Die Daten für große Werte von k passen ebenfalls nicht. Ein entscheidender Punkt, der an dieser Funktion nicht stimmt, ist die Gesamtzahl von Personen und des Kapitals, also

das Integral über die Funktionen. Sie sind in der Realität endlich. Das Integral einer Hyperbel und auch das einer Konstanten von 0 bis ∞ ist allerdings ∞ . Dies ist wohl ein entscheidendes Faktum gegen die Pareto-Verteilung um Verteilungen in der Ökonomie im Ganzen wiederzugeben. Dabei kann sie Verteilungen in kurzen Teilabschnitten recht gut wiedergeben, da sie auf diese angepasst wurde

1.5.2. Angebot / Nachfrage nach Pareto

Ein weiterer Bereich, der in der Ökonomie mit der Pareto-Verteilung beschrieben wird, ist der des freien Marktes, in dem die Gesetze von Angebot und Nachfrage untersucht werden. Dieser Markt betrachtet die Anzahl von Nachfragern nach einem Produkt zu einem bestimmten Preis P . Genauso wie diese Verteilung kann man betrachten, wie viele Anbieter es für das Produkt zum Preis P gibt. Es wird angenommen, dass sich diese Verteilung ebenfalls nach Gleichung 22 berechnet wird. Damit sieht die Nachfragekurve $N(k)$ für ein Produkt zu einer bestimmten Preisklasse $P(k)$ wie folgt aus.

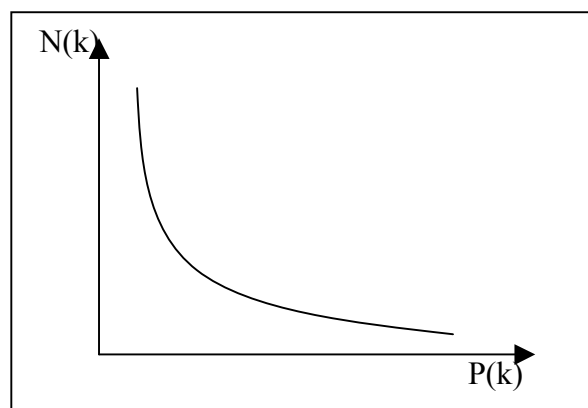


Abbildung 17: Qualitative Pareto-Verteilung von Käufern auf ein Produkt zur Preisklasse P_k

Die Kurve der Anbieter eines Produktes zur Preisklasse $P(k)$ kann mit dieser Pareto-Verteilung nicht angegeben werden. Der Gewinn der oder des Produzenten des Produktes berechnet sich über die Anzahl der Käufer mal den jeweiligen Preis, also über $G = N(k) \cdot P(k)$. Da $N(k)$ eine $1/k$ Funktion ist und diese mal den Preis der Klasse genommen wird, welcher direkt proportional zu k ist, bleibt das Ergebnis konstant, egal welcher Preis gewählt wird. Demnach würde eine marktbeherrschende Stellung dem Produzenten keinen besonderen Gewinn einbringen, egal wie hoch er den Preis ansetzt. Dies würde die Angst vor einem Monopol in der Wirtschaft aufheben, da es für den Produzenten nichts bringen würde, den Preis bis ins Unermessliche anzuheben und damit die Kunden auszunehmen. Dieses Thema wird im Abschnitt „Systeme mit Wechselwirkung“ noch einmal aufgegriffen.

1.6. Anwendungen der Lagrange-Statistik in der Ökonomie

Geht man von einer statistischen Verteilung von Gütern und Vermögen in der Ökonomie aus, sollte man die Cobb-Douglas-Funktion durch die Entropie-Funktion ersetzen. Darasu ergeben sich die Angebots-, Nachfrage-Kurven nach Boltzmann.

1.6.1. Angebot / Nachfrage nach Boltzmann

Dies führt dann zu Gleichungen, in denen Angebot und Nachfrage exponentiell von Preis und mittlerem Vergleichspreis (T) abhängen.

Zahl der Nachfragen eines Produktes:

$$N(k) = \frac{N}{A} e^{-\frac{P(k)}{T}} \quad \text{Gleichung 24}$$

Zahl der Angebote eines Produktes:

$$A(k) = \frac{A}{N} e^{+\frac{P(k)}{T}} \quad \text{Gleichung 25}$$

Der Unterschied im Vorzeichen des Exponenten rührt von der Betrachtungsweise. Der Kunde gibt das Geld aus, somit folgt das minus. Der Anbieter gewinnt das Geld bei einem Verkauf. Trägt man die Kurven in einen Graphen auf, so ergibt sich ein Schnittpunkt der Preisklasse P_S , bei der sich für jedes Angebot ein Käufer findet. Somit ist der Preis P_S derjenige für den das Angebot in den Verkauf gestellt wird damit es einen Käufer finden kann. (Gleichgewichtspreis)

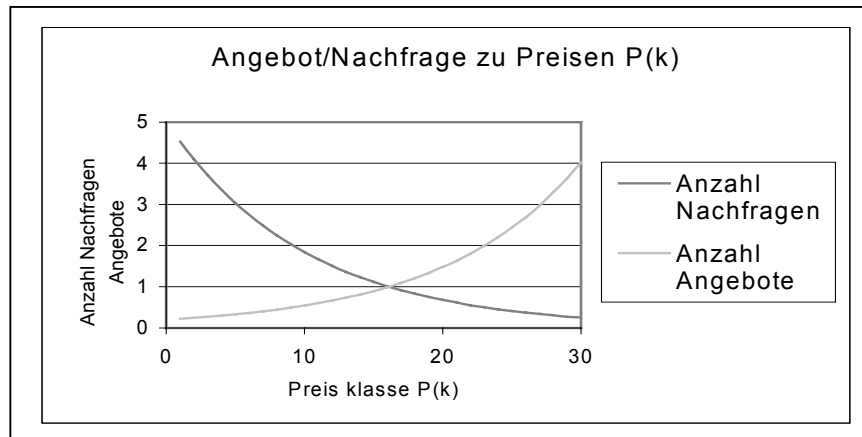


Abbildung 18: Qualitative Angebots- und Nachfragekurve, $A < N$

Allerdings muss in diesem Fall die Anzahl der Käufer größer sein als die der Verkäufer. Für den Fall, dass es mehr Anbieter gibt als Nachfrager, ergibt sich die folgenden Abbildung.

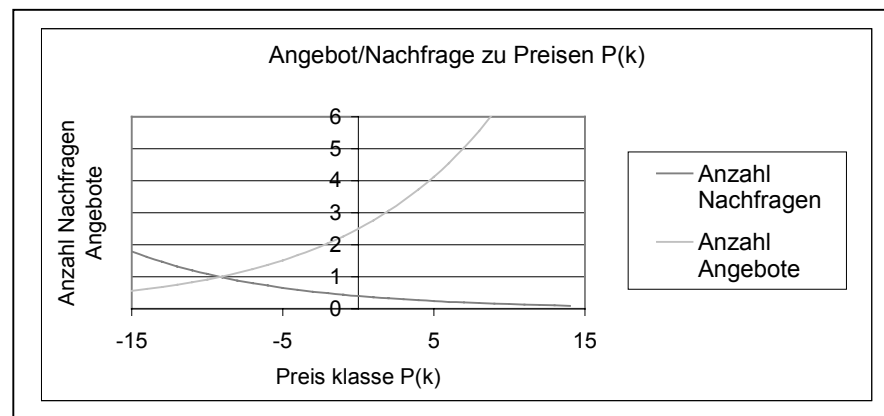


Abbildung 19: Angebots- Nachfragekurve für $A > N$

Der Anbieter muss schon einen Preis bieten, um das Produkt an den Mann zu bringen. Ein Beispiel hierfür findet sich in jedem Haushalt. Der Müll in der Mülltonne. Es gibt Millionen von Anbietern aber nur einige wenige Firmen, die den Müll abtransportieren und verwerten. So zahlt man die Müllgebühren, um ihn abgeben zu können. Genauso verhält es sich mit gebrauchtem Wasser. Die Haushalte selbst können damit nichts mehr anfangen und andere wollen es auch nicht mehr benutzen. Also muss man über die Abwassergebühren den Preis für das gebrauchte Wasser an die Stadt bieten, damit sie das Wasser wieder abnimmt und wiederverwertet.

1.6.2. Falschparken als Boltzmann-Verteilung

Ein Beispiel für eine Boltzmann-Verteilung findet man, wenn man eine Straße betrachtet, auf der auf der einen Seite das Parken erlaubt ist, auf der anderen nicht. Dieses Falschparken würde beispielsweise 10€ kosten. Betrachtet werden zwei Autos, die mit einer Wahrscheinlichkeit $W=1/2$ falsch parken. Die Lagrange-Funktion L nimmt hier folgende Form an: $L = N_F \cdot E + T \cdot \ln W(N_F)$. Hierbei ist N_F die Anzahl der

Falschparker ist und E die Strafe von 10€. Die Wahrscheinlichkeit verteilt sich wie folgt:

$$L_0 = 0 \cdot (-10) + T \cdot \ln\left(\frac{1}{4}\right) \text{€}$$

$$L_1 = 1 \cdot (-10) + T \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \text{€}$$

$$L_2 = 2 \cdot (-10) + T \cdot \ln\left(\frac{1}{4}\right) \text{€}$$

Diese drei Geraden wurden in Abbildung 20 gemeinsam aufgetragen. T ist hier die Variable und muss demnach auch die Einheit € tragen. Es handelt sich offensichtlich um einen mittleren Betrag, der dem Autofahrer zur Verfügung steht.

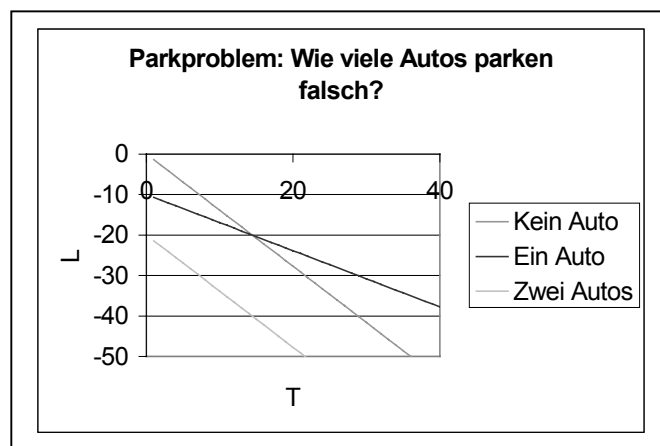


Abbildung 20: Falschparken und Kosten

Dem Graph zu Folge wird solange keines der beiden Autos falsch parken, solange die Autofahrer nicht im Mittel 15 € haben. Wenn T die 15 € Grenze erreicht hat, geht die Funktion, da sie danach strebt immer maximal zu sein, in die Gerade für einen Falschparker über. Da die Gerade für zwei Autos im Parkverbot die gleiche Steigung hat wie die für keins, gibt es mit dieser Gerade keinen Schnittpunkt. Es wird voraussichtlich nicht den Fall geben, dass beide Autos falsch parken.

1.6.3. Automarkt in Deutschland

Eine weitere Verteilung die zu betrachten ist, ist die über die in Deutschland verkauften Autos [10]. Die Daten geben Auskunft über die Anzahl, der in Deutschland produzierten Autos. Die Anzahl der in Deutschland produzierten Autos kann nicht als die Anzahl von verkauften Neuwagen betrachtet werden, da im internationalen Automarkt viel exportiert, importiert und reimportiert wird. Die Zahlen werden aber als etwa den Verkaufszahlen entsprechend angenommen und können so einen Überblick über die Verteilung erlauben.

Die Zahlen in der Tabelle sind nach der Hubraumklasse des Autos aufgeteilt. Hier werden wieder, genauso wie bei den Einkommens- und Vermögensverteilungen, der Preis oder die Kosten als Nebenbedingung gesucht. In dieser Aufstellung wurde der durchschnittliche Preis in der jeweiligen Hubraumklasse berechnet und als Variable T in der Boltzmann-Statistik verwendet. Die Pareto-Verteilung wurde so angepasst, dass sie den maximalen Wert der Verteilung mitnimmt.

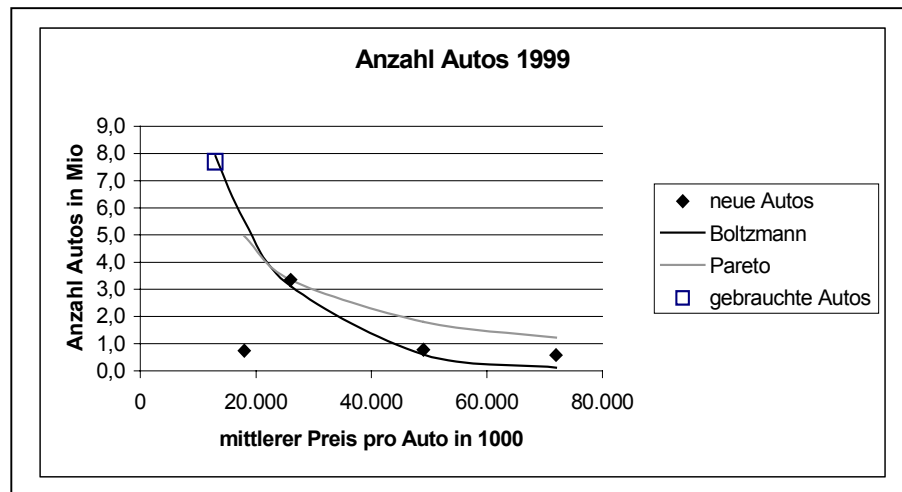


Abbildung 21: produzierte, neuzugelassene und gebraucht gekaufte Autos 1998

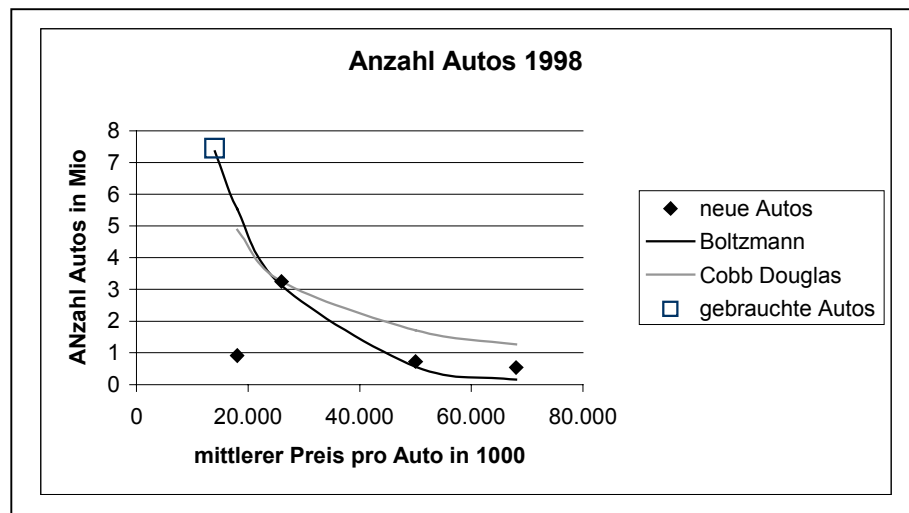


Abbildung 22: produzierte, neuzugelassene und gebraucht gekaufte Autos 1999

Abbildung 21 und Abbildung 22 zeigen die Werte für die Produktions- und Verkaufszahlen der Automobilindustrie 1998 und 1999. Aus ihnen lässt sich das folgende Fazit ziehen. Die Pareto-Kurve geht durch den angepassten Wert, liegt danach jedoch stark über den Werten der produzierten Autos. Weiterhin ist zu erkennen, dass die Werte für die produzierten Autos erst ab der zweiten Preisklasse an der Boltzmann liegen. Allerdings liegt der erste Wert weit ab von der erwarteten Kurve. Nimmt man nun an, die gebraucht gekauften Autos liegen alle in oder unterhalb der niedrigsten

Preisklasse, kann man diesen Wert noch zu den Zahlen der produzierten Autos hinzufügen. Die Anzahl der umgemeldeten Wagen, welche den Gebrauchtwagen entsprechen, wurde nun an die Boltzmann-Kurve angepasst. So ergab sich für alle Gebrauchtwagen ein durchschnittlicher Preis von 14.000 DM, der noch unterhalb der niedrigsten Neuwagenklasse liegt. Dies lässt den Schluss zu, dass Autokäufer mit niedrigem Einkommen oder Lebensstandard ein billiges gebrauchtes Auto einem teuren Neuwagen Auto vorziehen.

Man kann also feststellen, dass die Boltzmann-Verteilung den vollständigen Automobilmarkt in Deutschland beschreibt. Dieser Markt verhält sich demnach, entgegen der Vorstellung der Ökonomen, stochastisch.

1.6.4. Vermögensverteilung in Deutschland

Wie oben gesehen, errechnet man von statistischen Verteilungen ausgehend die Gauss- oder Boltzmann-Verteilung. Jetzt anzunehmen, dass Einkommen und Vermögen stochastisch verteilt sind, scheint bei Menschen unangebracht, da sie sich Menschen doch individuell verhalten. Doch es gibt bei Menschenmassen Analogien zu statistischen Vielteilchensystemen. Untersucht man die Richtung, in der sich Menschen in der Fußgängerzone bewegen, so kann man feststellen, dass sie sich vorzugsweise den Schaufenstern entlang bewegen. Es gibt jedoch Abweichungen, einige Menschen bleiben stehen, andere gehen ein wenig schräg, wieder andere wechseln die Seite, und wenige gehen sogar gegen den Strom, was die Richtung der Bewegung insgesamt zu einer statistischen Verteilung werden lässt.

Warum also nicht auch bei dieser Vermögensverteilung den Ansatz der statistischen Verteilung prüfen? Alles was man für eine Verteilung nach Boltzmann braucht, ist die Anzahl der beteiligten Teilchen, die Menge dessen, was verteilt wird und die Nebenbedingung. Dies alles ist in der Vermögensverteilung gegeben. Es sind 9920 Milliarden DM auf 23,6 Millionen Haushalte zu verteilen. Die Nebenbedingung ist hier die Vermögensklasse, auf die das Kapital verteilt wird. Hier ist es einfach oder wahrscheinlich, wenig Geld zu haben und schwer oder unwahrscheinlich, viel Geld zu besitzen. Die Pareto-Verteilung aus Abbildung 15 und Abbildung 16 wird in den folgenden Abbildungen durch die Boltzmann-Verteilung ersetzt.

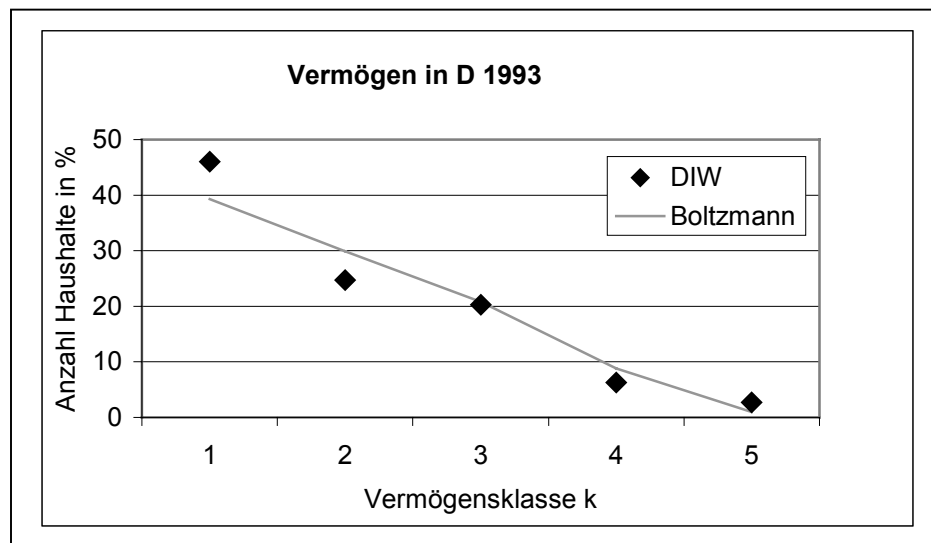


Abbildung 23: Verteilung der Haushalte auf Vermögensklassen nach Boltzmann

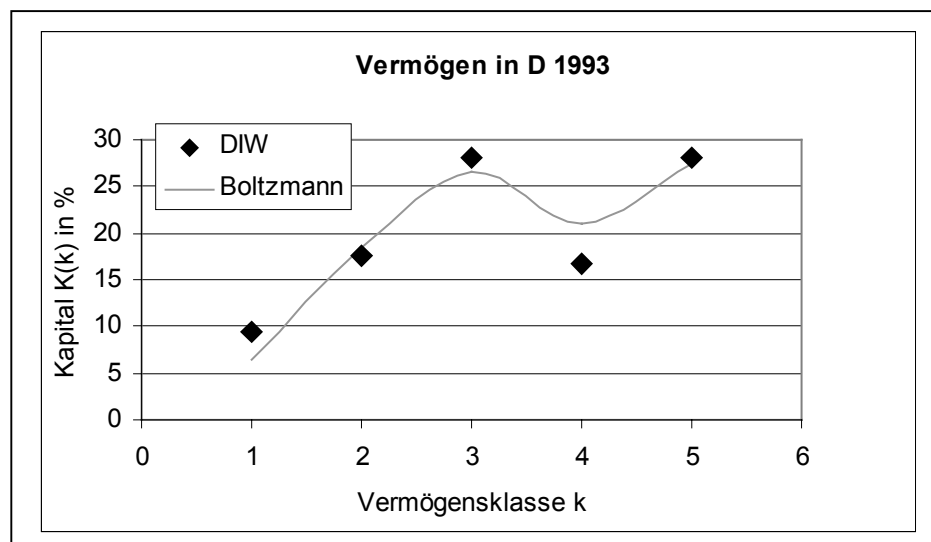


Abbildung 24: Verteilung des Kapitals auf Vermögensklassen nach Boltzmann

Die in der Physik auftretenden Temperatur T wurde bei den oben gezeigten Abbildungen durch das mittlere Vermögen pro Haushalt ersetzt. Sie berechnet sich wie folgt.

$$T = \frac{K}{N} = \frac{9920 \text{ Milliarden DM}}{35,6 \text{ Millionen Haushalte}} = 279000 \frac{\text{DM}}{\text{Haushalt}} \quad \text{Gleichung 26}$$

Man kann das Kapital in einem Haushalt analog zur Temperatur in einem thermodynamischen System betrachten, da in der Physik die Temperatur ein Maß für die Beweglichkeit der Atome angibt. Das Kapital erhöht auch die Beweglichkeit des Menschen. Speziell in der Freizeit und im Urlaub kann man sich mit mehr Geld mehr persönliche Wünsche erfüllen und von der Arbeitswelt ablenken

An Hand der Abbildungen 21 und 22 ist eindeutig zu erkennen, dass die Boltzmann-Verteilung die Vermögensverteilung gut beschreiben kann, obwohl es immer noch einige Abweichungen gibt. Integriert man über die Verteilungsfunktion von 0 bis ∞ so ergeben sich, anders als bei Pareto, die exakten Werte für die Anzahl der Haushalte und deren gesamtes Vermögen. Diese Eigenschaft scheint ein wichtiger Pluspunkt für die Boltzmann-Verteilung im Vergleich zur Pareto-Verteilung.

So lässt sich die Frage nach der Gerechtigkeit der Vermögensverteilung im Sinne der Entropie, auf die die Boltzmann-Verteilung aufbaut, als Frage nach Wahrscheinlichkeiten deuten. Es interessiert also nicht, ob das Vermögen gerecht oder ungerecht, gleich oder ungleich verteilt ist. In die Berechnung geht nur die Frage, ob die Verteilung wahrscheinlich ist ein. Es ist eine Frage des Glücks und des Zufalls, ob man sich in einer hohen Vermögensklasse befindet. Die niedrigen Vermögensklassen sind einfach wahrscheinlicher als die hohen und so haben viele Menschen wenig Geld und wenig Leute viel Geld.

1.6.5. Einkommensverteilungen in Deutschland

Eine weitere Verteilung, die mit den Mitteln Boltzmanns betrachtet werden kann, ist die Einkommensverteilung in Deutschland ([11],[12]). Es werden wieder die Anzahl der Haushalte und das gesamte Einkommen pro Einkommensklasse aufgetragen. Auf die vom Statistischen Bundesamt erstellten Verteilungen werden sowohl durch die in der Ökonomie sehr beliebten Gauss- und Pareto-Verteilungen dargestellt, als auch die hier betrachtete Boltzmann-Verteilung. Es werden die drei Verteilungen der Jahre 1950, 1964 und 1970 gezeigt, um die Entwicklung der Verteilungen deutlich zu machen. Es ist zu erkennen, dass sich die Kurven im Laufe der Jahre nach rechts bewegen. Erklären lässt sich das durch das steigende Lohnniveau in den Jahren. An den zusätzlichen Graphen in den Anhängen B und C wird diese Verschiebung noch deutlicher.

Untersucht man die Kurven von 1950, so kann man feststellen, dass hier die Gauss-Kurve die Verteilung besser beschreibt als die Boltzmann-Kurve. In den darauf folgenden Graphen entfernt sich die Gauss-Verteilung weiter von den Daten, während die Boltzmann-Verteilung immer näher an die Verteilung rückt. Die Pareto-Kurve passt bei keinem der Graphen besonders gut und musste am Ende immer abgeschnitten werden, da sie ansonsten Werte angenommen hätte, die bis ins unendliche führen.

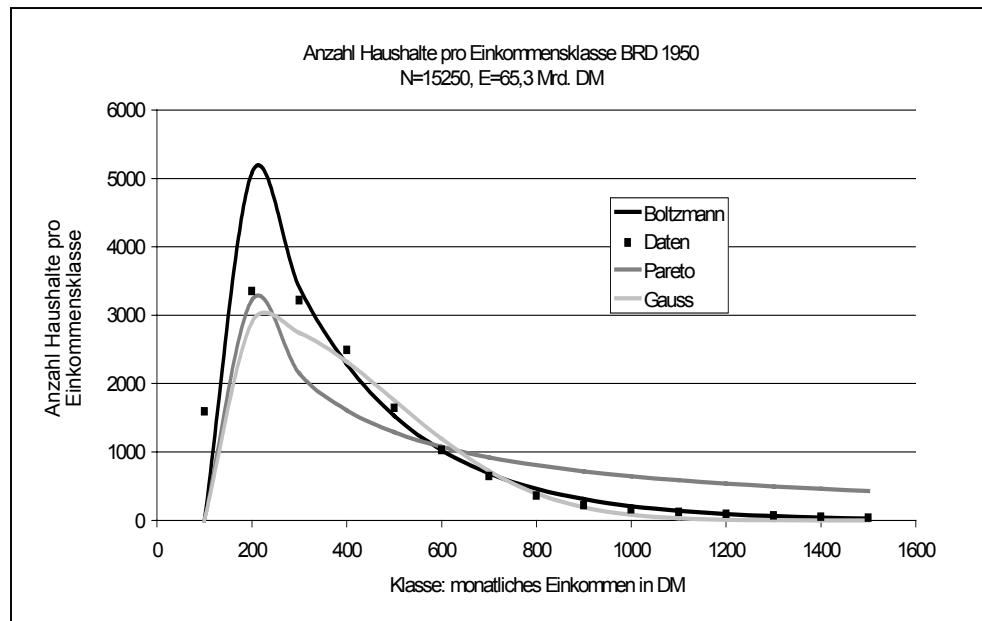


Abbildung 25: Einkommensverteilung BRD 1950

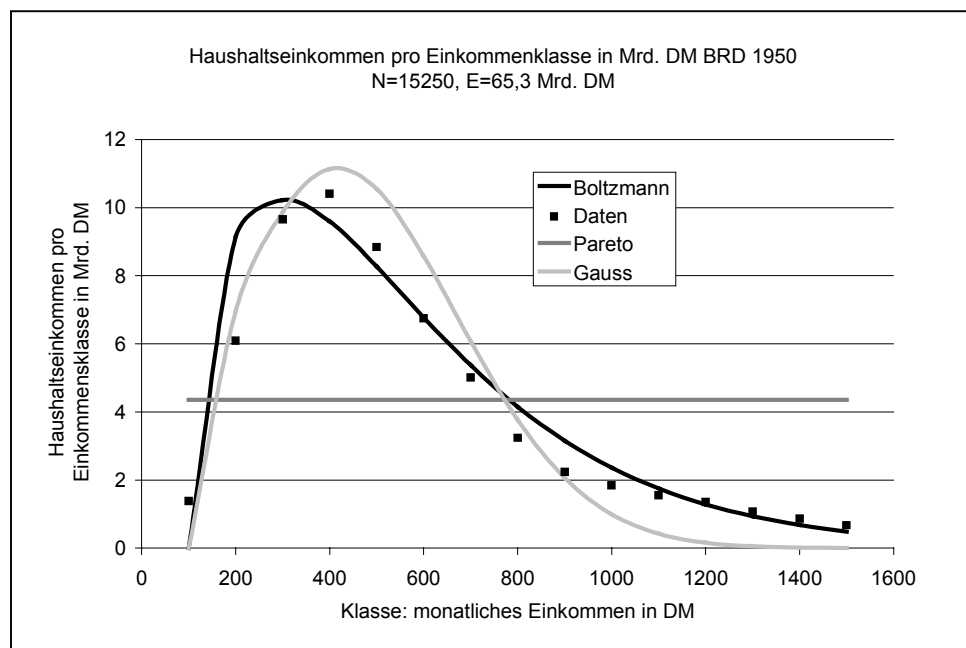


Abbildung 26: Einkommensverteilung BRD 1950

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	15250	15417	15236	14937
E (gesamtes Einkommen)	65,3 Mrd	65,3 Mrd	60,6 Mrd	65,3

Tabelle 2: Summe der Haushalte und Einkommen in Abbildung 25 und Abbildung 26

Bei der Anzahl der Haushalte liegt die Gauss-Kurve zuerst noch unterhalb der Werte, beschreibt sie nach dem Maximum jedoch hinreichend gut. Die Boltzmann-Verteilung liegt zu Anfang zu hoch, geht am Ende allerdings parallel mit den Werten der Gauss-Verteilung. Die Pareto-Kurve liegt zu Anfang unterhalb, am Ende oberhalb der Einkommensverteilung. Die Einkommenskurve wird von der Gauss-Verteilung angenähert. Boltzmann beschreibt sie jedoch genauer. Die Gerade nach Pareto kann die Wert nicht beschreiben.

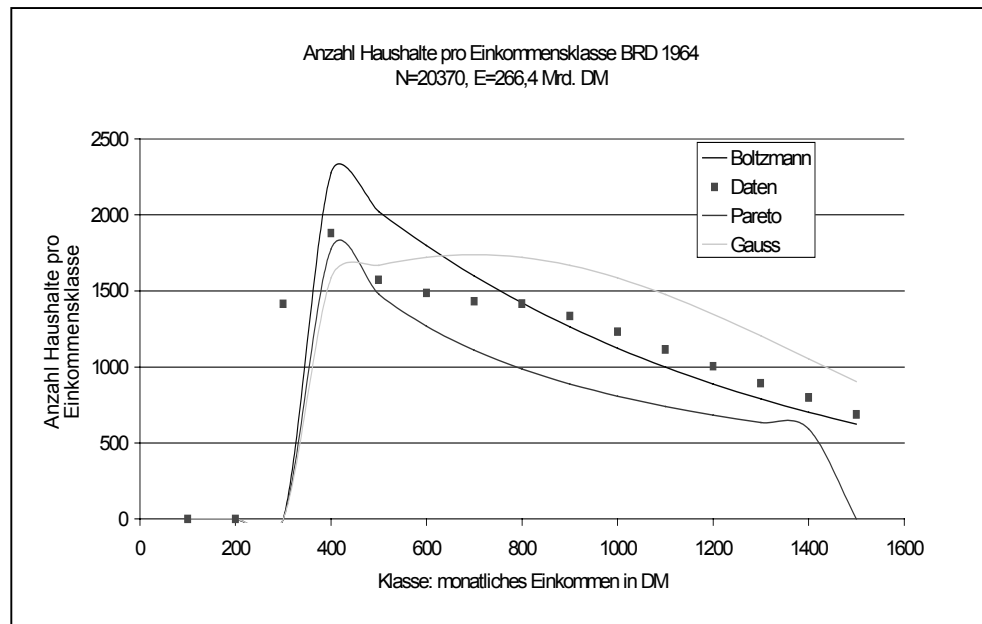


Abbildung 27: Einkommensverteilung BRD 1964

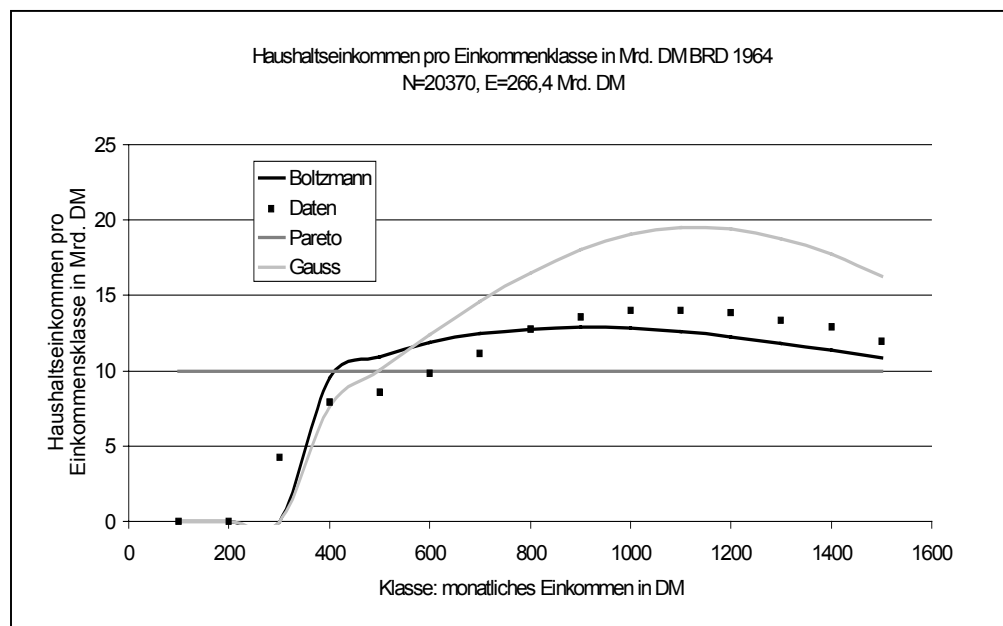


Abbildung 28: Einkommensverteilung BRD 1964

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	20370	21699	21094	20307
E (gesamtes Einkommen)	266,4 Mrd	283,1 Mrd	267,4 Mrd	150

Tabelle 3: Summe der Haushalte und Einkommen in Abbildung 27 und Abbildung 28

Schon im Jahr 1964 rückte die Gauss-Verteilung bei der Anzahl der Haushalte von der Einkommensverteilung ab, während Boltzmann ihr näher rückte. Die Pareto-Kurve liegt an jeder Stelle unterhalb der Werte der Verteilung. Die Einkommensverteilung wird am Besten von Boltzmann beschrieben. Die Kurve nach Gauss liegt zu Anfang gut, später

jedoch weit über den Werten. Pareto weicht mit dem konstante Wert wiederum weit von der Einkommensverteilung ab.

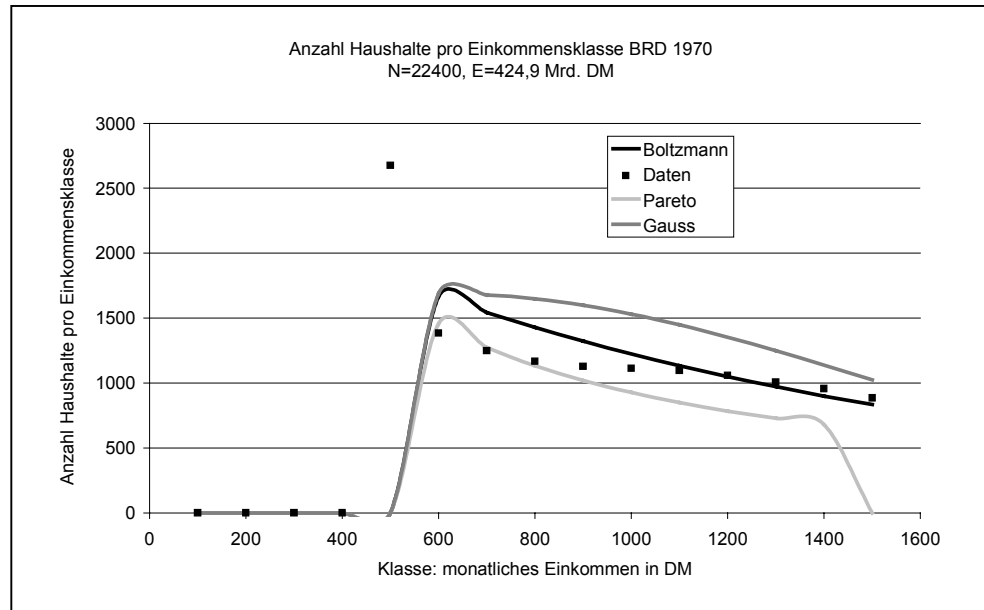


Abbildung 29: Einkommensverteilung BRD 1970

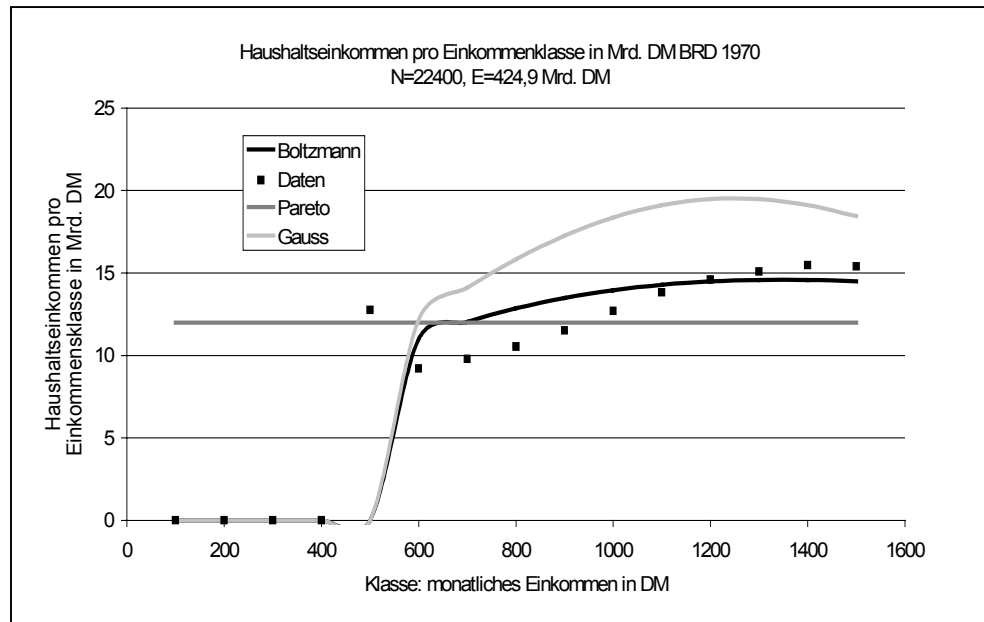


Abbildung 30: Einkommensverteilung BRD 1970

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	22400	22492	21587	22454
E (gesamtes Einkommen)	424,9 Mrd	484,9 Mrd	317,5 Mrd	180

Tabelle 4: Summe der Haushalte und Einkommen in Abbildung 29 und Abbildung 30

Im Jahr 1970 hat sich die Verschiebung von der Gauss- zur Boltzmann-Verteilung fortgesetzt.

Nun kann man noch die jeweils angegebenen Tabellen zu den Verteilungen vergleichen. Die Pareto-Verteilung liegt bei der Anzahl der Haushalte recht nah an den Verteilungen. Sie weicht von den Einkommen der Klassen stark ab, da sie von konstanter Verteilung

ausgeht. Die Gauss-Verteilung übertrifft die angegebenen Werte bei den Jahren 1964 und 1970.

Bei niedrigen Verdienst liegt ein Hochpunkt der Verteilung vor, der von keiner der drei Graphen erfasst wird. Dies dürfte in dem Mindestlohn der jeweiligen Jahre begründet liegen. In den Graphen von Anhang B und C findet man bei allen Abbildungen am Anfang der Verteilungen solche Punkte, was ein weiterer Grund für die Vermutung ist. Betrachtet man Tabelle 4, kann man beobachten, dass die Werte der Boltzmann-Verteilung sowohl bei der Anzahl der Haushalte als auch beim Einkommen sehr nah an der realen Werten liegen. Speziell bei der Zahl des gesamten Einkommens liefert die Boltzmann-Verteilung den besten Wert.

In Anhang B und C sind weiter Einkommensverteilungen der BRD in den Jahren 1950-1981 zu finden, sofern sie nicht schon hier gezeigt wurden.

Bei den Graphen in Anhang B sind die Lohnklassen in 100er Schritten eingeteilt, um die niedrigen Lohnklassen besser betrachten zu können. Es sind neben den reinen Daten die Boltzmann-, die Pareto- und die Gauss-Verteilung aufgetragen. Bei den Einkommenswerten ab 1955 wurde die höchste Einkommensklasse (über 1500 DM) ausgeblendet, da sonst die niedrigen Werte kaum zu beobachten wären. Der Einkommenswert in dieser Klasse lag bei den Graphen in allen Fällen so hoch, dass bei den unteren Werten der Verteilung nur eine Linie zu sehen gewesen wäre. Der in der Boltzmann-Verteilung benutzte Wert T für das mittlere Einkommen wurde in den jeweiligen Graphen geringfügig verändert, damit der Graph sich besser an die statistischen Werte anpasst.

Im Anhang C sind die gleichen Verteilungen in 1000er Schritte aufgeteilt, um diesmal die höheren Lohnklassen zu sehen. Zusätzlich zu den schon oben gezeigten Klassen ist die von 1981 hinzugefügt, sie ist im Anhang B nicht vertreten, da sie zu wenig kleine Werte hatte, um sie in 100er aufteilen zu können. Die Graphen für 1950 und 1955 wurden aus ähnlichem Grund nicht in Anhang C übernommen, da dort die Einkommensklassen noch zu niedrig waren, um sie in 1000er Abstände aufzuteilen.

Bei all diesen Graphen ist zu erkennen, dass die Boltzmann-Verteilung sowohl bei der Anzahl der Haushalte als auch gleichzeitig bei dem Wert für das Einkommen die besten Werte unter den drei Verteilungen herauskommt. Die Gauss-Verteilung passt in den früheren Jahrgängen ebenfalls hinreichend gut an die Einkommensverteilungen, verfehlt dies jedoch bei den späteren Jahrgängen. Somit ist gezeigt, dass die zufällige Gauss-Verteilung des Einkommens mit den Jahren durch die Boltzmann-Verteilung abgelöst wird. Dies lässt sich durch die Entwicklung der Wirtschaft erklären. Mit der Zeit ist sie immer freier geworden und hat sich von einem zufällig verteilten System ohne Nebenbedingung der Kapitalklassen in ein System, das durch das Geld als Nebenbedingung bestimmt wird, entwickelt. Es ist jedoch anzumerken, dass zu Anfänge

der einzelnen Verteilungen, an der Stelle des Mindestlohns, anscheinend noch ein Punkt zu der Boltzmann-Verteilung hinzukommt. An dieser Stelle könnte noch eine Gauss-Verteilung um diesen Mindestlohn herum angeordnet sein. Das ließe sich durch diese niedrige Lohnklasse erklären, denn es ist zu vermuten, dass diese Jobs mit niedrigem Lohn rein zufällig verteilt sind, was zur Gauss-Verteilung führt.

Bei der zeitlichen Entwicklung dieses Mindestlohns und die des durchschnittlichen Verdienstes in Deutschland, kann man nachvollziehen, wie sehr sich die Einkommensverteilungen mit den Jahren auf ein höheres Niveau verschoben hat.

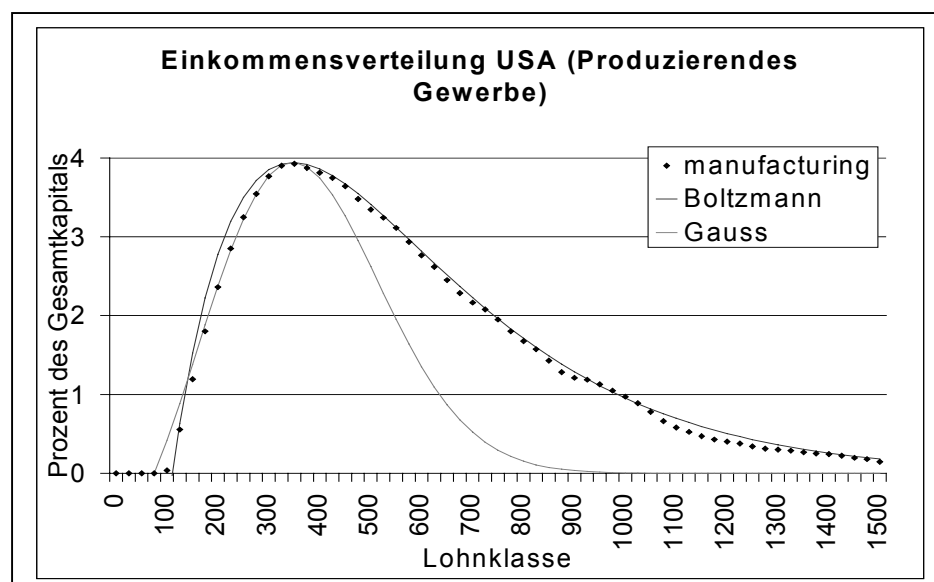
Jahr	1950	1955	1960	1964	1968	1970	1975	1981
Mindestlohn	100	200	200	250	250	450	450	1000?
T(mittleres Einkommen)	355	585	838	1089	1330	1580	2275	3868

Tabelle 5: Mindestlohn und mittleres Einkommen von 1950 bis 1980 (1980 ist der Mindestlohn fraglich, da hier das Einkommen nur in 1000er schritten angegeben ist und somit kein kleinerer Wert angegeben ist.)

Die Entwicklung des durchschnittlichen Lohns findet mit wachsender Steigung statt und nimmt weiter zu. Ob sich dieser Trend bis ins neue Jahrhundert fortgesetzt hat, kann hier nicht gezeigt werden.

1.6.6. Einkommensverteilung in den USA

Eine weitere Einkommensverteilung, auf die die Boltzmann-Verteilung angewendet werden kann, stammt aus den USA [13]. Es sind diesmal zwei Kapitalkurven angegeben. Diese Kapitalkurven geben an, wie viel Geld in den einzelnen Lohngruppen des Dienstleistungssektors beziehungsweise des produzierenden Gewebes verdient wird. Bei diesen Kurven wurden die Boltzmann- und die Gauss-Verteilung angepasst, um zu zeigen, dass die Boltzmann-Verteilung für die Einkommensverteilung am Besten geeignet ist.



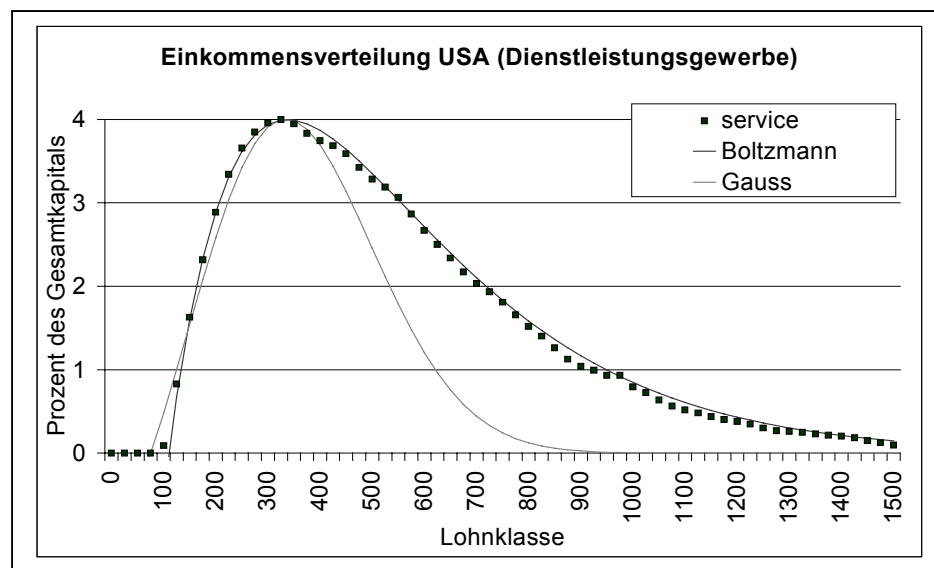


Abbildung 32: Einkommensverteilung Dienstleistungsgewerbe USA

Zuerst ist im Graph zu erkennen, dass es keine Verdiener gibt, die einen geringeren Lohn als 150 \$ beziehen. Diese Grenze wird somit als Mindestlohn gesetzt. Die Verteilungen müssen um diesen Wert nach rechts verschoben werden.

Beide angepassten Verteilungen liegen am aufsteigenden Ast der Werte sehr nah an der realen Kurve, allerdings liegt links vom Maximum die Boltzmann-Funktion um Klassen besser als die Gauss-Verteilung. Ihr fehlt der sogenannte Fat Tail, die Funktion geht zu schnell gegen null und kann so das Kapital in den höheren Lohngruppen nicht mehr mit erfassen. An diesem Beispiel ist noch deutlicher als bei den deutschen Einkommensverteilungen zu erkennen, dass die Boltzmann-Funktion eine gute Grundlage zum theoretischen Beschreiben der Kurven liefert.

Die Begründung für die fast perfekte Anpassung der Boltzmann-Verteilung liegt wahrscheinlich in der amerikanischen Wirtschaft begründet. Hier werden vom Gesetz her wenig Regeln und Schranken aufgestellt, die den Arbeitsmarkt beeinflussen. Es ist also ein fast abgeschlossenes System ohne äußere Einwirkung mit der Nebenbedingung der Einkommensklasse. In dieser freien Wirtschaft ist eine Nebenbedingung auf Grund der idealen passenden Boltzmann-Verteilung anscheinend auch die einzige Nebenbedingung. Die Einkommensklasse ist demnach eine bestimmende Größe im Arbeitsmarkt der USA. Setzt sich die Entwicklung in der Wirtschaft weiter so fort wie oben erwähnt, so wird auch hier in einiger Zeit das komplette Kapital boltzmannverteilt sein.

1.7. Systeme mit Wechselwirkung

Wichtig bei der Betrachtung von Systemen mit vielen Teilchen ist die Beziehung zur nächsten Nachbarschaft E_{ij} . Diese kann drei mögliche Zustände annehmen. Sie kann

positiv, negativ, oder gleich Null sein. Da die Wahrscheinlichkeit immer den wahrscheinlichsten Zustand einnimmt, kann sie als immer maximal angenommen werden. Ist sie positiv, nimmt die Funktion L gegenüber dem Fall, dass es negativ ist, ihr Maximum ein. Der Fall, dass diese Beziehung keinen Wert hat, kommt demjenigen gleich, bei dem kein Nachbar existiert. Dieser Fall wurde im Abschnitt „Blotzmann-Verteilung“ berechnet.

Ein Beispiel, das in der Ökonomie oft verwendet wird, ist das des gefangenen Dilemmas. Zwei Angeklagten wird ein Delikt wie z. B. ein bewaffneter Überfall vorgeworfen. Der Richter, der die Strafsache verhandelt, macht den beiden Delinquenten, die sich nicht absprechen können, Angebote. Leugnen beide die Tat, bekommen sie eine geringe Strafe für unerlaubten Waffenbesitz. Gestehen sie beide die Tat, gehen sie für vier Jahre ins Gefängnis. Weiterhin bietet der Richter den beiden eine Kronzeugenregelung an: Verrät einer der Verdächtigen den anderen an den Richter, so kommt der Verratene für fünf Jahre ins Gefängnis und der Kronzeuge bleibt straffrei. Nun kann man ein Spiel spielen. Ein Richter bietet zwei in getrennten Räumen sitzenden Delinquenten die oben genannten Möglichkeiten. Das Spiel wird oft wiederholt. Solange zwischen den beiden Angeklagten Vertrauen herrscht ($E_{ij} > 0$), werden sie beide den Verstoß leugnen, so dass für die beide das minimale Strafmaß gilt. Ist es beiden egal was der andere tut ($E_{ij} = 0$), so werden sie mit Sicherheit gestehen, um damit unabhängig von der Aussage des anderen zu sein und somit zwar eine höhere Strafe als im ersten Fall zu beziehen, jedoch nicht die Höchste. Das geht so lange bis einer der beiden auf die Idee kommt das Spiel anders zu spielen. Er gesteht und verrät somit den anderen, selbst wenn dieser leugnet. So bleibt dieser frei, der zweite geht für x Jahre ins Gefängnis. In der nächsten Runde möchte sich der zweite revanchieren. Diesmal verrät er den anderen. So geht es immer weiter, die Konkurrenz ($E_{ij} < 0$) diktiert das Spiel. Es wird kaum noch zu dem Zustand kommen, dass beide die Tat leugnen oder gestehen, die Strafen werden also – zum Nachteil beider Beteiligten - hoch ausfallen.

Als weiteres Beispiel aus der Wirtschaft kann man an dieser Stelle das Verhalten zweier Anbieter auf einem Markt untersuchen. Dabei gibt es drei Möglichkeiten, wie sie sich zueinander verhalten können. Der erste Fall ist, dass sie kooperieren ($E_{ij} > 0$). Durch die Preisabsprachen würden beide den maximalen Gewinn erhalten. Besteht zwischen den Anbietern keine Verbindung ($E_{ij} = 0$), so wird der Markt weder für die Anbieter noch für die Kunden ideal ausfallen. Die Gesetze von Angebot und Nachfrage sind ausschlaggebend für die Preisbildung. So wird sich der Markt auf einem mittlerem Preisniveau treffen und sowohl Kunden als auch Anbieter werden mit den Preisen oder Kosten einverstanden sein.

Im Fall der Konkurrenz ($E_{ij} < 0$) würden die Anbieter in einen Wettkampf um die Käufer verwickelt werden. Der eine würde versuchen den anderen im Preiskampf zu unterbieten. Dies würde für die Produzenten nicht mehr zum maximalen Gewinn führen. Sie laufen sogar Gefahr ihr Existenz durch die niedrigen Preise zu riskieren und somit endgültig den Preiskampf zu verlieren. Der Kunde jedoch würde den minimalen Preis zahlen und so den maximalen Nutzen haben. In einem freien und sozialen Markt, wo Wert darauf gelegt wird, den Kunden nicht auszunehmen, muss also Wert darauf gelegt werden, dass unter den Anbietern gleicher Produkte, wie zum Beispiel Autos, Benzin, oder Kleidung, keine Absprachen getroffen werden. Dies wird durch das Kartellgesetz verhindert. Ebenso muss darauf geachtet werden, dass im Sinne der Arbeitsplätze kein ruinöser Wettbewerb betrieben wird. Dies führt zu dem Schluss, dass in der freien und sozialen Marktwirtschaft die Verbindungen zwischen verschiedenen Anbietern möglichst unterbleibt.

1.7.1. Monopolstellung nach Boltzmann

Wendet man die Boltzmann-Verteilung auf die Angebotskurve an, so werden N Käufer auf A Angebote verteilt. Mit der Gleichung 25 wird die Anzahl der Käufer bei einem Produktpreis P_k angegeben. Gibt es nur einen Anbieter, so braucht keine Angebotskurve aufgestellt werden, denn er kann den Preis diktieren, und braucht sich anscheinend nicht nach den Käufern zu richten. Wie oben, im Abschnitt „Pareto-Verteilung“, schon gesehen kommt die Pareto-Verteilung auf den Schluss das der alleinige Anbieter bei jedem Preis für das Produkt den gleichen Gewinn macht. Die Boltzmann-Kurve der Nachfrage hat für den betrachteten Fall folgenden Form

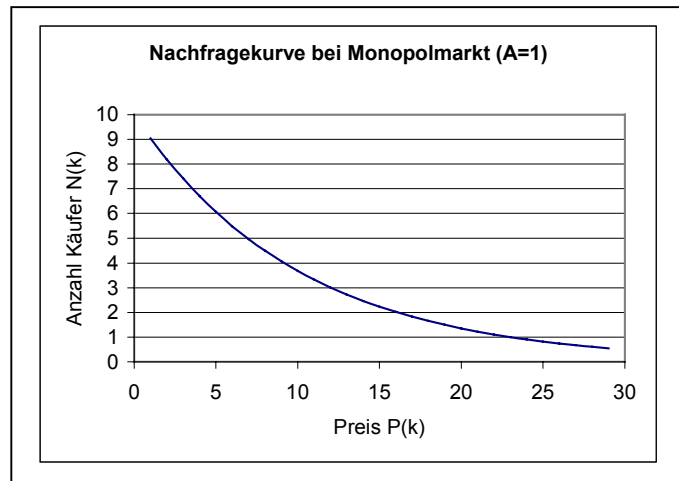


Abbildung 33: Nachfrage zum Preis $P(k)$ bei einem Anbieter

Den Gewinn den der Produzent bei den jeweiligen Verkaufszahlen einfährt berechnet man als Produkt

$$G = N(k) \cdot P(k) = P(k) \cdot \frac{N}{A} e^{-\frac{P(k)}{T}}$$

Gleichung 27

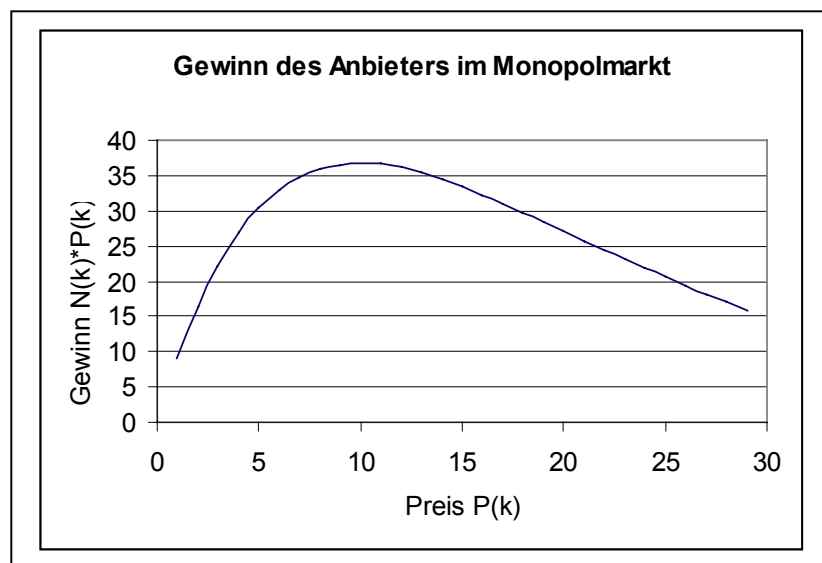


Abbildung 34: Gewinnkurve im Monopolmarkt nach Boltzmann

Die Form dieser Kurve ist nicht, wie bei Pareto, konstant, sondern zeigt ein Maximum. Vor diesem Punkt ist der Preis zu niedrig um einen hohen Gewinn zu machen, danach ist die Menge der Käufer zu gering um viel Geld einzufahren. Somit gibt das Maximum dieser Kurve dem Anbieter des Produktes die Möglichkeit diesen Preis zu wählen um das größten Gewinn aus dem Produkt zu ziehen. Dies würde wieder alle Bedenken gegenüber Monopolen in der Wirtschaft zustimmen, denn der Kunde hätte keinen Einfluss mehr auf den Preis wie er sie normalerweise durch das Angebot / Nachfrage System hat.

2. Vergleich homogener statistischer System

2.1. Homogene Systeme in der Physik

2.1.1. 3 Phasen der Materie

Die Thermodynamik der Physik beschäftigt sich mit Systemen aus einem, zwei oder mehreren Bestandteilen. Hier werden homogene Systeme betrachtet, die nur aus einer Komponente bestehen. Diese Systeme bestehen aus reinen Elementen, wie zum Beispiel aus Gold, Platin, Eisen oder auch Wasser. Solche homogene Systeme können drei Zustände annehmen:

Einmal den festen, der bei Metallen übliche ist. (Das Eis ist die feste Form des Wassers).

Zum Zweiten den flüssigen Zustand. Dieser ist bei Wasser üblich. Metallen liegen in diesem Aggregatzustand nur bei sehr hohen Temperaturen vor.

Der dritte Zustand ist der gasförmige. Beim Wasser ist dies der Wasserdampf. Metalle nehmen diesen Zustand nur bei extrem hohen Temperaturen an.

Um Auskunft über ein System mit seinen Komponenten und Phasen zu erhalten kann die Gibbsche Phasenregel benutzt werden [14].

$$F = K + 2 - P$$

Gleichung 28

F gibt die Anzahl der Freiheitsgrade an, um das System ausreichend beschreiben zu können. K steht für die Anzahl der Komponenten im System und P für die Anzahl der Phasen. So gilt für das System kaltes Wasser im Kochtopf $F = 1 + 2 - 1 = 2$. Es werden hierbei also zwei Variablen benötigt, um den Zustand des Wassers zu beschreiben, Temperatur T und Druck p werden hier meistens genommen.

Beginnt das Wasser zu kochen, treten zwei Phasen auf, der flüssige und der gasförmige Zustand. Es gilt $F = 1 + 2 - 2 = 1$. Man braucht nur eine Angabe um das System zu beschreiben. Daraus lässt sich schließen, dass der Druck und die Temperatur in diesem zweiphasigen Zustand voneinander abhängen.

Ein Phasendiagramm homogener Materie gibt Auskunft über die Zustände der Materie in Abhängigkeit von Temperatur und Druck. Die Phasenübergänge sind als Linien im Diagramm dargestellt. Dies sind die Bereiche in denen zwei Phasen gleichzeitig auftreten und nach der Gibbschen Phasenregel Temperatur und Druck voneinander abhängen.

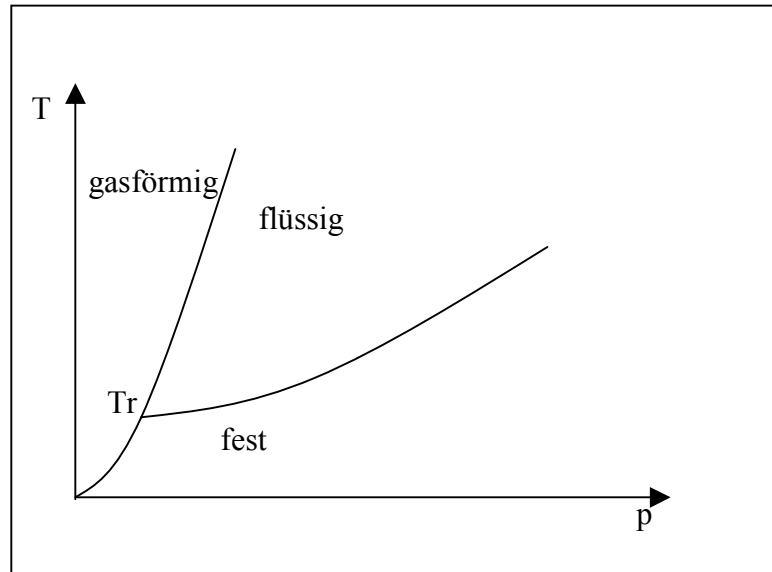


Abbildung 35: Phasendiagramm ($p - T$ - Diagramm) homogener Materie

Ein bestimmter Punkt, der in diesem Phasendiagramm zu finden ist, ist der Tripelpunkt Tr . An diesem Punkt werden alle drei Phasen gleichzeitig angenommen, also $P = 3$. Mit Gleichung 28 folgt für diesen Punkt $F = 1 + 2 - 3 = 0$. Es gibt also keinen Freiheitsgrad. Dieser Punkt ist von Grund auf festgelegt auf eine bestimmte Temperatur und einen bestimmten Druck. Dieser Tripelpunkt hat für jedes Element bestimmte Temperatur- und Druckwerte.

Phasenübergänge zwischen den Aggregatzuständen können auf zwei Weisen stattfinden.

Die drei Phasen des Materials lassen sich, wie in Abbildung 35, allgemein durch die Werte von Druck p und Temperatur T beschreiben. Wirft man einen Blick auf die Atomstruktur der jeweiligen Phasen, sind ebenfalls charakteristische Unterschiede zu erkennen. Die Mobilität der Atome in den einzelnen Zuständen ist auf Grund der unterschiedlichen Bindungsenergie zwischen den Atomen unterschiedlich..

	Zustand der Materie		
	Fest	Flüssig	Gasförmig
Temperatur ist	niedrig	hoch	sehr hoch
Bindung zu den Nachbaratomen ist	stark	schwach	kaum vorhanden
Mobilität ist	gering	groß	sehr groß

Tabelle 6: Qualitative Bewertung von Temperatur, Bindungsenergie und Mobilität in den unterschiedlichen Phasen

2.1.2. Phasenübergang 1. Ordnung

Um die Phasenübergänge zu betrachten, wird zuerst noch einmal ein Blick auf die Lagrange-Funktion geworfen. Es gilt $L = E + T \cdot S \rightarrow \text{Maximum}$. Ein Phasenübergang findet zwischen zwei Phasen unterschiedlicher Ordnung statt. Beim Schmelzen, dem Übergang von fest nach flüssig, geht das System von einem geordneten Zustand in einen ungeordneten über. In einem festen Stoff befinden sich alle Atome durch ihre gegenseitige Bindung in einem Atomgitter und sind dort (mit Ausnahme der wärmebedingten Schwingungen) fest verankert. Im flüssigen Zustand sind die Atome ungeordnet und haben nahezu keine Bindungen. Sie sind beliebig in der Materie angeordnet. Abbildung 36 zeigt beide Zustände.

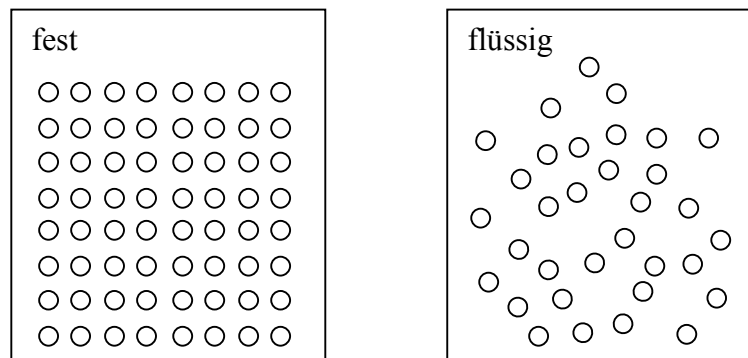


Abbildung 36: Atomanordnung in fester und flüssiger Materie

Der feste Zustand ist ein ordentlicher, die Bindungsenergie der Atome ist die Nebenbedingung oder ordnende Kraft. Die Wahrscheinlichkeit der Verteilung ist gering. Sie kommt allerdings durch die niedrige Temperatur und den hohen Wert von E in der Lagrange-Funktion nicht zum Tragen. Im flüssigen Zustand ist die Anordnung der Atome wahrscheinlicher und damit unordentlicher als im festen. Die Temperatur ist höher und die ordnende Bindungsenergie nimmt stark ab. Es stellt sich also ein Zustand höherer Wahrscheinlichkeit ein. Somit lassen sich für die beiden Phasen zwei Wertepaare aufstellen.

Fest	Flüssig
Bindungsenergie E ist groß	Bindungsenergie E ist klein
Wahrscheinlichkeit W und damit $\ln W$ ist klein	Wahrscheinlichkeit W und damit $\ln W$ ist groß

Tabelle 7: Qualitative Bewertung von E und W für feste und flüssige Stoffe

Die Lagrange Gleichung entspricht einer Geradengleichung der Form $y = m \cdot x + b$. Für die beiden Aggregatzustände kann man somit eine Geradengleichung mit der Temperatur als Variable, der Entropie $\ln W$ als Steigung und E als Achsenabschnitt aufstellen. Abbildung 37 zeigt diese Geraden in einem Graph.

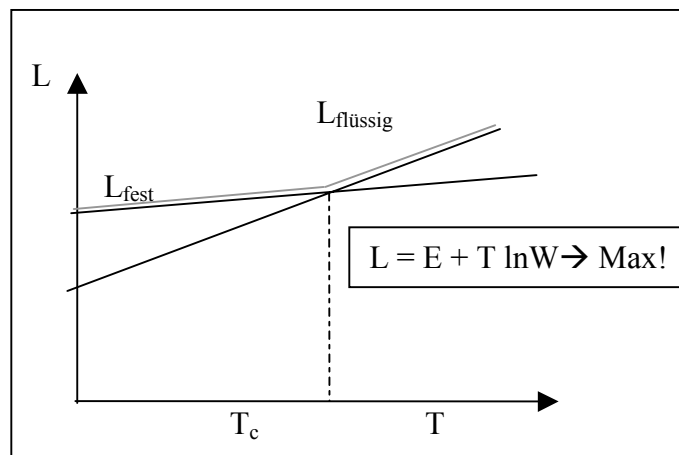


Abbildung 37: Phasendiagramm fest flüssig homogener Materie

Es ist zu erkennen, dass sich die Graphen in einem Punkt T_c , kritische Temperatur genannt, schneiden. Da es das Bestreben der Lagrange-Funktion ist, maximal zu sein, läuft sie immer in der oberen der beiden Geraden. Der Verlauf dieser Kurve ist im Graph grau eingezeichnet. Der Schnittpunkt der Geraden stellt genau den Zustandswechsel der Materie von fest nach flüssig dar. Der Wert T_c gibt demnach die Schmelztemperatur an. Untersucht man den Übergang genauer, so stellt man fest, dass der Übergang stetig, aber nicht differenzierbar ist.

Die Ableitung der Funktion $L = E + T \cdot S$ nach T ist gleich S . Untersucht man nun die Entropieentwicklung mit zunehmender Temperatur, so kann man feststellen, dass bei der kritischen Temperatur T_c ein Sprung in der Ableitungskurve stattfindet. Die Entropie vollzieht eine abrupte Änderung. Die Ordnung des Systems wird auf einen Schlag hin erhöht. Der wahrscheinlichere und unordentlichere Aufbau der Atome in der flüssigen Materie tritt ein.

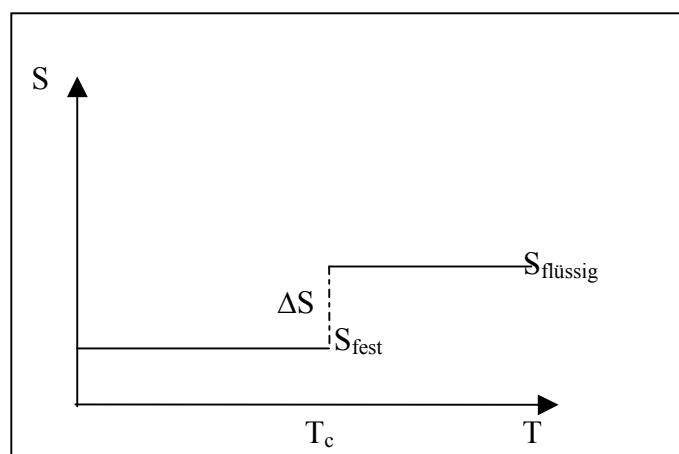


Abbildung 38: Entropiesprung beim Schmelzen von Materie.

Dieser Entropiesprung muss stattfinden, da sich die Ordnungen der Atome im festen und im flüssigen Zustand stark unterscheiden. Dieser Umbau der Ordnung findet jedoch nicht ganz so abrupt statt, wie es den Anschein hat. Denn während eines

Schmelzprozesses wird der Materie ständig Wärme zugeführt. Die Temperatur der Materie ändert sich ab der kritischen Temperatur allerdings nicht. Das feste Material wird erst in flüssige umgewandelt, bevor die Temperatur des Systems sich weiter erhöht. Demnach muss die zugeführte Wärme anderweitig verbraucht werden. Sie findet ihren Platz in der Änderung der Entropie. Die Ordnung des festen Stoffs wird langsam aufgelöst, der Stoff wird langsam flüssig. Erst wenn alle Atome den Zustand der festen Ordnung verlassen haben, kann sich der nun komplett flüssige Stoff weiter erwärmen. Diese Wärme, die nicht benötigt wird um das Material zu erwärmen, wird als Schmelzwärme bezeichnet. Die Größen des Entropiesprungs ΔS und der Schmelzwärme ΔQ hängen direkt proportional zusammen [8].

$$T_c \cdot \Delta S = \Delta Q$$

Gleichung 29

Der gleiche Prozess ist bei der Verdampfung von einer Materie zu beobachten. Zuerst wird die Ordnung der flüssigen Materie aufgelöst und die Materie wandelt sich vollständig in Dampf um. Erst dann kann sich der Dampf weiter erwärmen.

Der Phasenübergang 1. Ordnung zeichnet sich durch eine Unstetigkeit in der ersten Ableitung aus. Somit liegt dort ein Entropiesprung vor.

2.1.3. Phasenübergang 2. Ordnung

Betrachtet man nun Materie die nicht, wie in einem homogenen System rein ist, dann kommt zu dem Phasenübergang 1. Ordnung noch eine weitere Art der Phasenumwandlung hinzu: der Phasenübergang 2. Ordnung. Bei diesem lässt sich die Funktion L für den festen und den flüssigen Zustand nicht durch eine Gerade darstellen. Denn die Steigung der Lagrange-Funktion variiert. Die Funktion L hat an dem Punkt T_c keinen Knick. Sie geht stetig und differenzierbar von der Funktion des flüssigen in die des festen Zustands über. Dieser Übergang wird in Abbildung 39 skizziert.

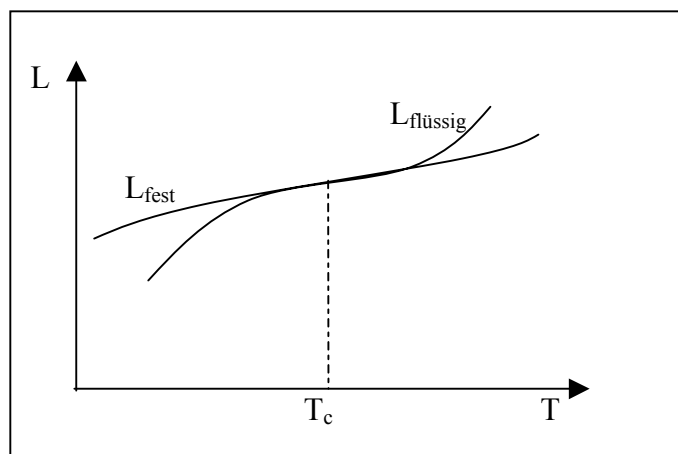


Abbildung 39: Phasenübergang fest flüssig bei binärer Materie

Die Ableitungsfunktion S stellt sich bei diesem Übergang 2. Ordnung – im Unterschied zu dem 1. Ordnung – als stetig heraus. Wie die Abbildung 40 zeigt, tritt an der besagten Stelle nur ein Knick in der Funktion auf. Die zweite Ableitung der Funktion L würde somit einen nicht differenzierbaren Sprung vollziehen.

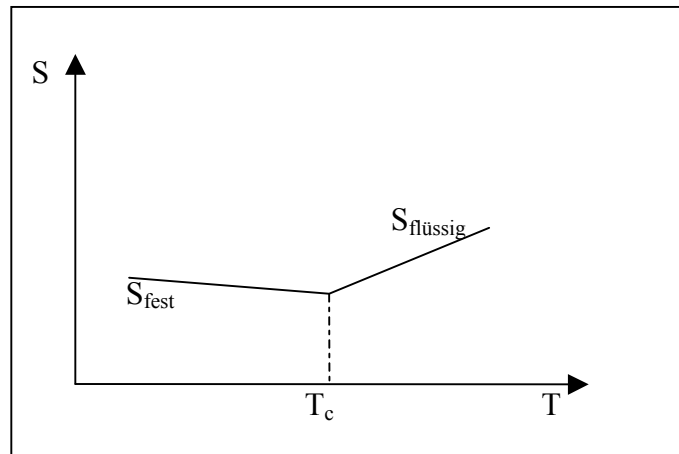


Abbildung 40: Entropiekurve beim Phasenübergang 2. Ordnung

Beispiele für die unterschiedlichen Phasenübergänge sind an vielen Stellen zu beobachten.

Das einfache Auftauen eines Eisblocks bei konstanter Wärmezufuhr ist ein Beispiel für einen Phasenübergang 1. Ordnung. An zwei Stellen, entsprechend zwei Temperaturen, nimmt die Temperatur nicht proportional zur zugeführten Wärme zu, sondern bleibt gleich. Einmal bei der Schmelztemperatur 0°C und dann bei der Siedetemperatur 100°C .

Ein Beispiel für den Übergang zweiter Ordnung findet man bei der Betrachtung der magnetischen Zustände in Eisen. Legt man bei niedriger Temperatur ein Stück Eisen in ein Magnetfeld, so werden die Spins der Elektronen von diesem Magnetfeld ausgerichtet. Schaltet man dieses Feld ab, so bleibt ein Teil der Spins weiterhin in der von dem Feld vorgegebenen Richtung. Das Eisenstück weist eine Magnetisierung auf. Ab einer bestimmten Curie-Temperatur ist die Bewegungsenergie der Elektronen so groß, dass sich die Spins zwar von einem äußeren Feld ausrichten lassen. Jedoch nach Abschalten des äußeren Feldes bleibt diese Ausrichtung nicht weiter bestehen. Die Magnetisierung des Eisens geht auf Null zurück. Bei diesem Strukturwechsel innerhalb des Eisens findet man an der Stelle der Curie-Temperatur einen Sprung in der zweiten Ableitung vor. Die Magnetisierung als Ableitung der Freien Energie nimmt bei steigender Temperatur immer stärker ab und geht bei entsprechender Temperatur stetig in die Magnetisierung Null über, so dass in der zweiten Ableitung der Freien Energie tritt eine Stelle der Unstetigkeit auf.

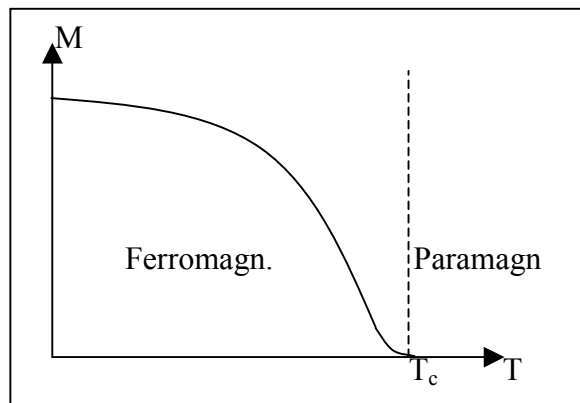


Abbildung 41: Magnetisierungskurve des Übergangs von Ferro- zu Paramagnetismus

2.1.4. Abkühlungskurven homogener Materie

Möchte man das Verhalten von Materialien bei Temperaturänderungen beobachten, so wird dies häufig mit Hilfe einer Abkühlungskurve durchgeführt. Man erhitzt den Stoff zu Anfang auf eine sehr hohe Temperatur und beobachtet dann die Temperatur im Laufe der Zeit. Dabei ist festzustellen, dass der zuvor sehr heiße Stoff viel Wärme an seine Umgebung abgibt und sich somit konstant abkühlt.

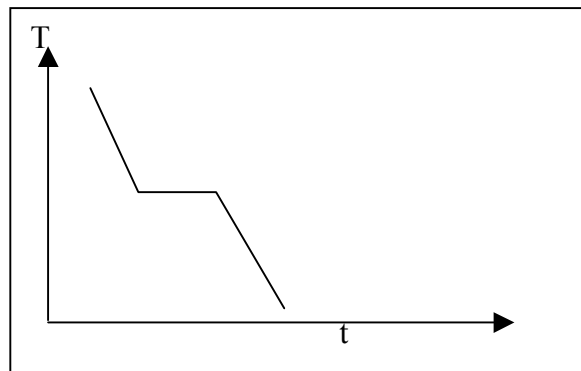


Abbildung 42: Abkühlungskurve homogenen Materials

Am Punkt der Schmelztemperatur geht die Kurve zwar stetig, jedoch nicht differenzierbar in einen waagerechten Teil über. In dieser Zeit findet keine Temperaturänderung statt, sondern die Struktur des Stoffes verändert sich. Da die Kurve beim Abkühlen des Materials aufgenommen wird, ist dies die Zeit in der die Schmelzwärme nicht freigesetzt wird, sondern zur Strukturänderung benötigt wird.

Ist das Material nicht homogen, kann der waagerechte Teil der Kurve auch mit einer Steigung versehen sein, die jedoch unterschiedlich von denen im festen oder flüssigen Zustand ist.

Wechselt das Material also in eine andere Atomstruktur, findet man analog zu Abbildung 40 Knicke im Graph. Es finden Phasenübergänge statt.

2.2. Homogene politische Systeme

2.2.1. 3 Phasen politischer Systeme

In politischen Systemen sind ebenfalls unterschiedliche Zustände zu beobachten. Diese Zustände werden allgemein als Staatsformen bezeichnet. Betrachtet man die unterschiedlichen Staatsformen näher, so kann man die anscheinend unzähligen verschiedenen Staatsformen auf einige wenige begrenzen. Denn die vielen unterschiedlichen Staatsformen unterscheiden sich nur durch den Namen, nicht aber durch die Regierungsform.

Es gibt viele Arten von offiziellen Staatsformen. Einige von ihnen werden hier kurz genannt: Bundesrepublik, Republik, Föderation, Präsidentialrepublik, sozialistische Republik, parlamentarische oder konstitutionelle Monarchie, Sultanat, Emirat und so weiter.

Untersucht man diese Formen, indem man sich die Wahlperiode, die Amtszeit der derzeitigen Regierung, die Anzahl der Parteien oder auch den Lebensstandard genauer anschaut, so kann man feststellen, dass sich die Staaten in drei Staatsformen aufteilen lassen.

1. Demokratische Staaten
2. Hierarchisch aufgebaute und regierte Staaten
3. Staaten im Übergang von der Hierarchie zur Demokratie

Diese Staatsformen lassen sich analog zu den in Tabelle 6 aufgeführten drei Phasen der Materie beschreiben.

	Staatsform ist		
	hierarchisch	demokratisch	global
Lebensstandard ist	niedrig	hoch	sehr hoch
Bindung an den Staat ist	stark	schwach	kaum vorhanden
Mobilität ist	gering	groß	sehr groß

Tabelle 8: Bewertung von Lebensstandard, Bindung und Mobilität in den verschiedenen Staatsformen.

In Tabelle 8 ist zu erkennen, dass der Mensch, je höher sein Lebensstandard ist, mehr auf seine Eigenständigkeit baut. Ist der Lebensstandard hoch, so hat er durch sein finanzielles Vermögen alle Möglichkeiten, sich frei zu entfalten. In hierarchischen Staaten wird er an dem Ort bleiben an dem er ist, da die Bindung an seine Familie sehr

stark ist. Zusätzlich ist meistens das Geld im ganzen Land nur sehr gering verteilt, so dass er auch in einer anderen Stadt keinen größeren Verdienst hätte. Auch das Ausland ist als Wohn- oder Arbeitsplatz aus zweierlei Hinsicht nicht zu erreichen. Erstmal fehlen ihm die finanziellen Mittel zur Ausreise. Zusätzlich könnte die hierarchische Regierung die Ausreise stark erschweren, um die Bürger in dem armen Land zu halten. Ein Beispiel hierfür war die Berliner Mauer, die unter anderem errichtet wurde, um die zunehmende Auswanderung der Bevölkerung zu stoppen.

Durch einen steigenden Wohlstand drängt es den Menschen sein Leben selbst zu steuern. Er möchte Mitspracherechte in der Politik, die er in freien Wahlen findet. Er lässt sich nicht mehr von oben herab sagen was er zu denken und zu tun hat. So drängt der Freiheitswille des Menschen die Staaten dazu, demokratische Strukturen anzunehmen. Sei es durch eine blutige oder durch eine friedliche Revolution.

In demokratischen Staaten ist die Mobilität der Bürger so groß, dass sie häufiger ihren Wohnort verlassen. So fahren sie an weiter weg gelegene Urlaubsorte oder wechseln ihren Arbeitsplatz, um etwa in einer anderen Stadt mehr Geld zu verdienen. Die Bindung an den demokratischen Staat und die Familie ist erheblich geringer als in der hierarchischen Staatsform. Denn in der Verfassung demokratischer Staaten, sind unter anderem die Rechte auf ein selbstbestimmtes Leben, auf Reise- und Meinungsfreiheit verankert. Die Bürger beeinflussen die Regierungsbildung durch ihr Wahlrecht.

Steigt der Lebensstandard noch höher an, sucht der Mensch sein für sich persönlich ideales Wohn- und Arbeitsgebiet unabhängig vom Staat. Die Identifikation mit der Staatsform und auch die Bindung an die Gesellschaft nimmt ab.

Dies ist besonders bei Vielverdienern wie zum Beispiel Leistungssportlern zu beobachten. Sie wählen ihren Wohnort in einem Staat, in dem sie die niedrigsten Steuern zahlen müssen. Heutzutage wird dabei Monaco bevorzugt. Zum Arbeiten fliegen sie um die ganze Welt und verdienen ihr Geld in den unterschiedlichsten Ländern. Ein weiteres Beispiel für eine solche globale Struktur ist in der Wirtschaft zu finden. Viele große internationale Unternehmen (Global Player) produzieren in der ganzen Welt an den für sie jeweils idealen Orten. Zur Standortentscheidung werden dabei die niedrigen Löhne und Umweltauflagen in einigen Ländern herangezogen. Auch die vorbildlichen Infrastruktur oder die qualitative Beschaffung von Arbeitskräften bewegen sie dazu, in bestimmten Staaten zu produzieren. Ein Arbeiter in einem Niedriglohn Land würde sich niemals das in Deutschland teuer verkaufte Produkt leisten können. Ein deutscher Arbeiter würde nie für einen so niedrigen Lohn arbeiten. So sucht sich der Konzern die Produktions- und Verkaufsorte aus, wo mit maximalem Gewinn produziert wird.

Ein weiterer Punkt, der offensichtlich vom Lebensstandard abhängt, ist der der Fertilität. Die Fertilität ist die mittlere Anzahl Kinder, die eine Frau gebärt. Es ist festzustellen, dass in einem armen Staat – speziell in Südamerika und Afrika – diese Fertilität bei drei bis fünf sehr hoch ist. Eine Ausnahme bildet hier die Volksrepublik China, die ein Geburten-Kontroll-Programm durchführt. Weitere Ausnahmen sind islamische Staaten, die auf Grund der religiösen Einstellung der Bevölkerung hohe Werte der Fertilität erreichen. Ehemalige Ostblockstaaten haben genauso wie sozialistische Staaten niedrige Werte. Nimmt man diese Staaten heraus und stellt alle größeren Länder, mit mehr als einer Million Einwohner, in einem BIP-Fertilitäts-Diagramm dar, so ergibt sich die Abbildung 43.

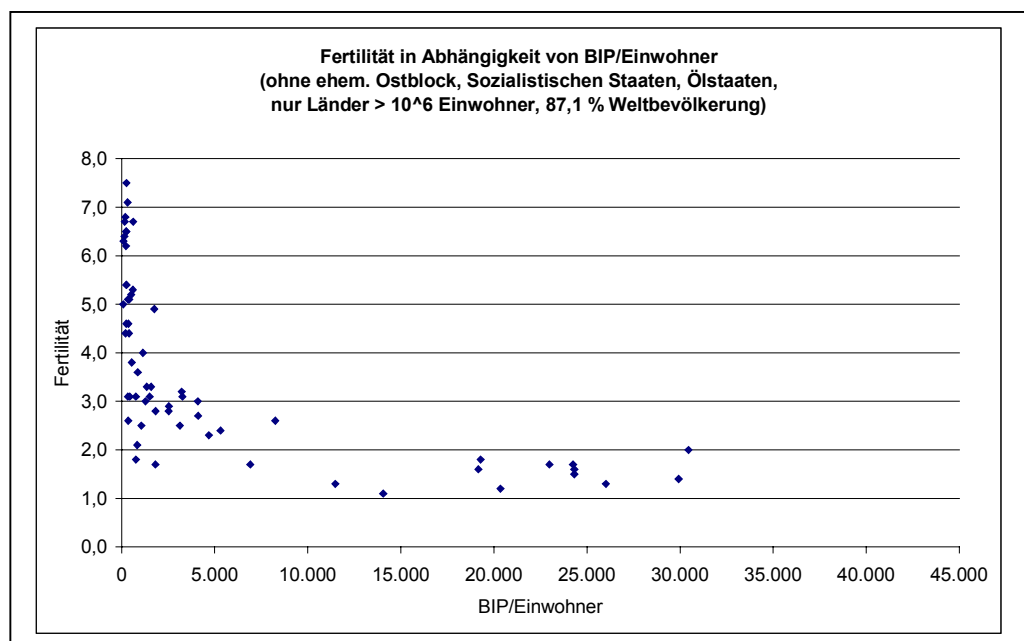


Abbildung 43: Fertilität in Abhängigkeit des BIP/Einwohner([15])

Die Kinder werden in armen Ländern offensichtlich noch als eine Art Altersvorsorge betrachtet. In wohlhabenderen Ländern, speziell Nordamerika und Westeuropa, ist die Fertilität gering. Sie liegt zwischen 1,5 und 2. Hier werden Kinder nicht mehr als Versorgung für das Alter benötigt. In den wohlhabenden Staaten könne viele Frauen Kinder und eine erfolgreiche berufliche Laufbahn nicht in Einklang bringen. In diesen Staaten ist die Reproduktion der eigenen Bevölkerung somit nicht mehr gesichert. Hierfür wäre mindestens eine Fertilität von zwei nötig. Wenn jedes Elternpaar zwei Kinder bekommen würde, würde die Bevölkerungsanzahl konstant gehalten. Da sie aber unterhalb von zwei liegt, nimmt die Bevölkerung, vor allem bei den jungen Menschen, ab. Um nun die Einwohnerzahl konstant zu halten oder noch zu steigern, müssen demnach Menschen in die Länder einwandern und auch eingebürgert werden.

Was in der Thermodynamik die Mobilität der Atome ausmacht, nämlich die Temperatur, kann in der Sozio-Ökonomie als der Lebensstandard betrachtet werden. Je

höher dieser Lebensstandard, repräsentiert durch das mittlere Einkommen, desto mobiler werden die Menschen und je mehr drängen sie nach persönlicher Freiheit.

Betrachtet man nun die Entwicklung des BIP/Einwohner bei einigen ausgewählten Staaten, so kann man einige Aspekte der aufgestellten Theorie bestätigt sehen.

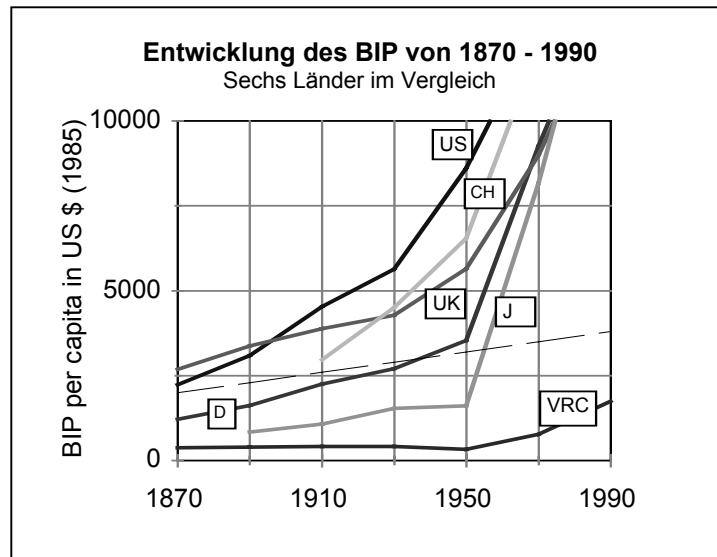


Abbildung 44: Entwicklung des BIP seit 1870 bei ausgewählten Staaten [4]

Das Ende des zweiten Weltkrieges stellt für die Staaten, die am Ende des Krieges Niederlagen hinnehmen mussten (Japan, Deutschland), Knickpunkte in ihrer Entwicklung dar. Diese finden in der Entwicklung des Lebensstandards statt, da hier das politische System umgewandelt wurde. Es fanden Phasenübergänge von einer hierarchischen zur demokratischen Staatsform statt. Dies hatte einen rapiden Anstieg des Lebensstandards zur Folge. Die anderen Staaten hatten schon länger demokratische Strukturen aufzuweisen und setzten die exponentielle Entwicklung ihres Lebensstandards fort, während in den hierarchischen Staaten (China) nur ein linearer Anstieg des BIP/Einwohner zu verzeichnen war.

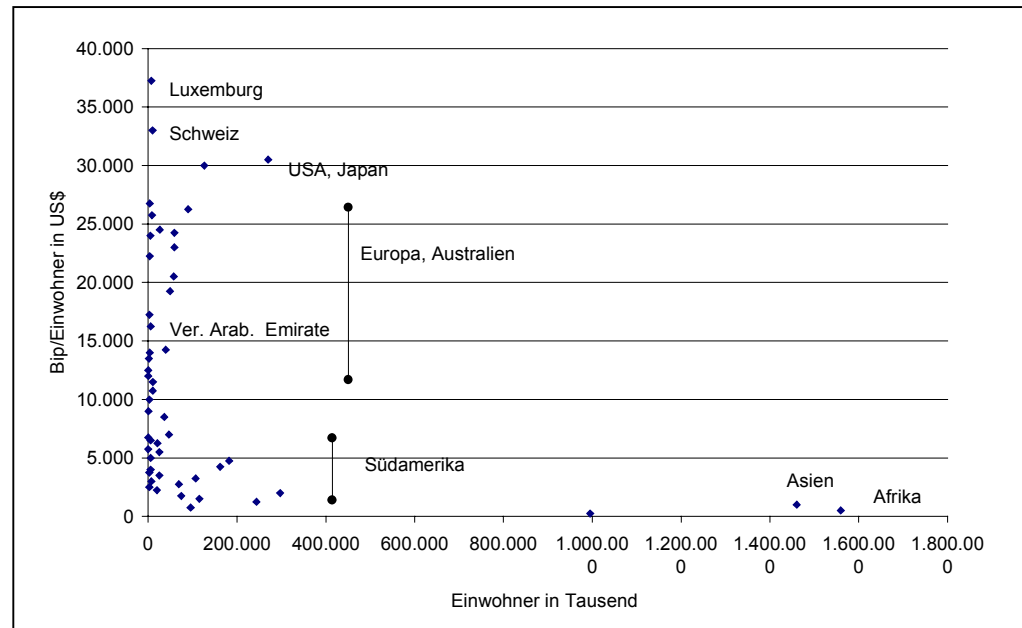


Abbildung 45: Lebensstandard der Weltbevölkerung([16],[17])

Einen Überblick über die Einkommensverhältnisse in der Welt gibt die obige Abbildung. Im Graph ist das BIP/Einwohner über der Einwohnerzahl aufgetragen. Sie zeigt an, dass sehr viele Menschen weniger als 1000 US-\$ besitzen bzw. verdienen. Nur wenige Menschen haben ein großes oder mittleres Einkommen. Dieses Einkommen der wohlhabenderen Staaten ist zehn mal so hoch wie das in Afrika und Asien, die das Ende der Skala bilden.

2.2.2. Phasen und Phasenübergänge bei Systemen von Staaten

Man kann versuchen, die Staaten der Welt mit dem Hilfsmittel des Lebensstandards T oder BIP/Einwohner und der Fertilität f unter Betrachtung der Regierungsform in die Staatsformen aufteilen, die in Tabelle 8 aufgeführt sind. Hoher Lebensstandard und hohe Fertilität – bei Republiken und parlamentarischen Monarchien – wird als demokratisch bewertet. Als Staaten im Übergang werden Staatsformen wie Präsidentialrepubliken, Republiken, Monarchien, parlamentarischen Monarchien usw. mit hoher wie niedriger Fertilität sowie mittlerem Lebensstandard betrachtet. Arme Länder mit niedrigem bis sehr niedrigem Lebensstandard, die fast zwanghaft hohe Fertilitätswerte haben, werden als hierarchisch geführte Länder notiert. Beispiele für die drei Klassen sind zum Teil oben schon genannt:

Demokratisch: Amerika, Europa, Australien

Übergang: Südamerika

Hierarchisch: Afrika, Süd-Ost-Asien, Südamerika

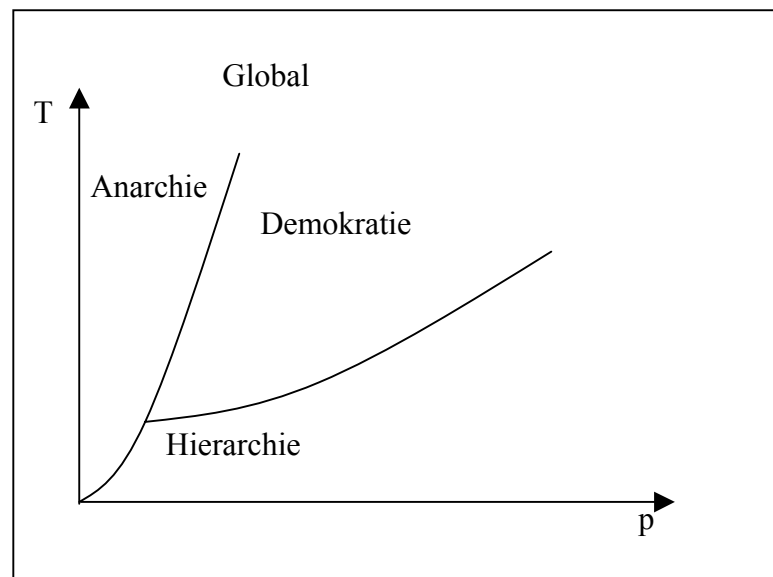


Abbildung 46: Phasendiagramm politischer Systeme

Man kann diese Regierungsformen analog zu Abbildung 35 in ein Phasendiagramm auftragen. Man kann hier die Entwicklung der Staaten mit wachsender Temperatur beobachten. Die Variable p , die in der Thermodynamik den Druck ausmacht, kann hier als eine ähnliche Größe betrachtet werden. Sie stellt hier den politischen, gesellschaftlichen oder religiösen Druck dar. Je stärker die staatliche oder kirchliche Ordnung ist, um so länger bleibt ein Staat in seinem hierarchischen Zustand. Ist der Druck sehr gering, gibt es keine ordnende Kraft, die von Kirche oder Staat ausgeht. Somit besteht die Gefahr, dass ein Staat in die Anarchie abrutscht.

Versucht man alle Staaten der Welt in dieses Schema einzufügen, findet man viele Ausnahmen ([16],[17]). So findet man Indien unter den ärmsten Ländern der Welt mit einer hohen Fertilität von 3,1, obwohl Indien doch bekanntermaßen ein demokratischer Staat ist. Ebenso findet man einige arabischen Staaten, die alle monarchisch regiert werden, unter den reichen Ländern. Jedoch haben diese eine äußerst hohe Fertilität. Bei diesen Staaten liegt der Wohlstand im Öl begründet. Von diesem Geschäft profitieren jedoch nur die Scheichs der Regierung, die einen geringen Teil der Bevölkerung ausmachen. Der Großteil der Bevölkerung lebt noch unter armen Verhältnissen und verhält sich wegen der hohen Fertilitätswerte wie ein armen Staat. Da sich in einem globalen System von Staaten viele Ausnahmen bilden, kann man versuchen, die Staaten der Welt nach Kontinent, Religion oder politischer Einstellung zu kategorisieren. Nachdem sie gruppiert sind kann man untersuchen, wo die jeweiligen Übergangstemperaturen dieser Gruppen liegen, um daraus Vorhersagen zu der Entwicklung von den Staaten zu treffen.

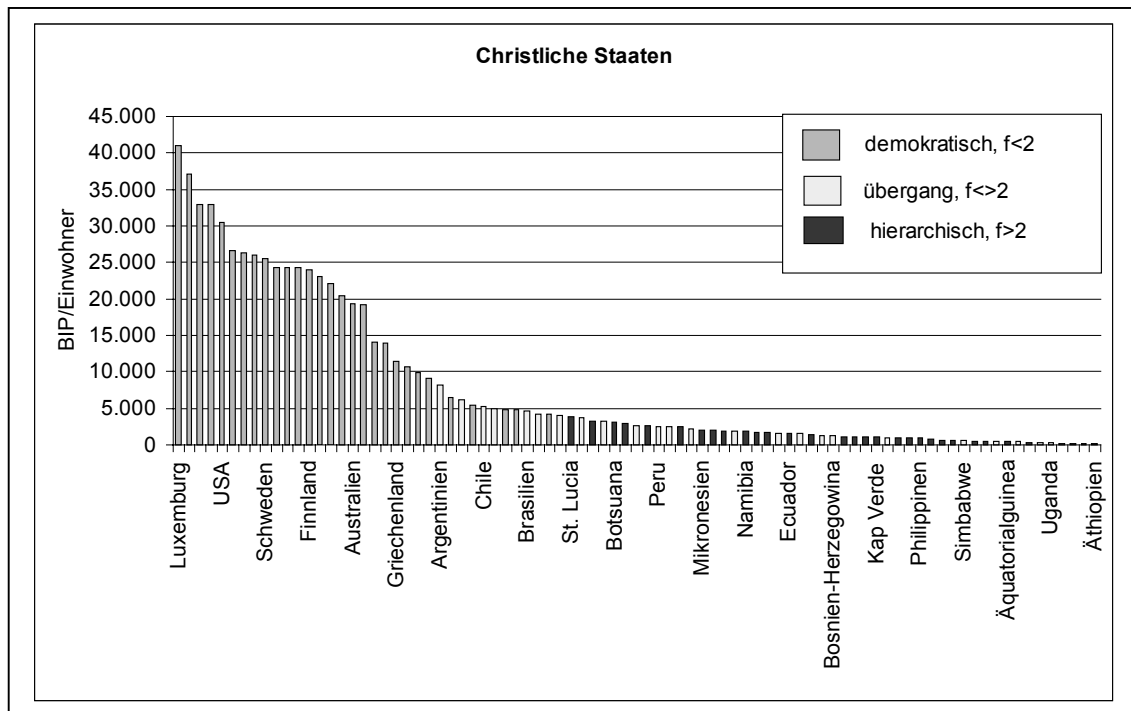


Abbildung 47: BIP/Einwohner christlicher Staaten

Die christlichen Länder, zu sehen in Abbildung 47, passen in das Schema von arm, reich und hoher oder niedriger Fertilität. Der Übergang in demokratische Staatsformen findet hier bei etwa 4000 US-\$ pro Jahr statt. Die islamischen Staaten, gezeigt in Abbildung 48, sind entweder bitterarm wie Afghanistan und Pakistan oder sie besitzen Ölvorkommen und sind somit sehr reich. Alle diese Staaten in der Welt haben auf Grund der zum Teil fundamentalistischen, islamischen Religion einen hohen inneren Druck p und werden durch ein hierarchisches System regiert. Demnach haben fast alle eine außerordentlich hohe Fertilität. Ein Übergang in demokratische Staatsformen lässt sich hier bei keinem Lebensstandard feststellen, da es keine demokratischen islamischen Staaten gibt.

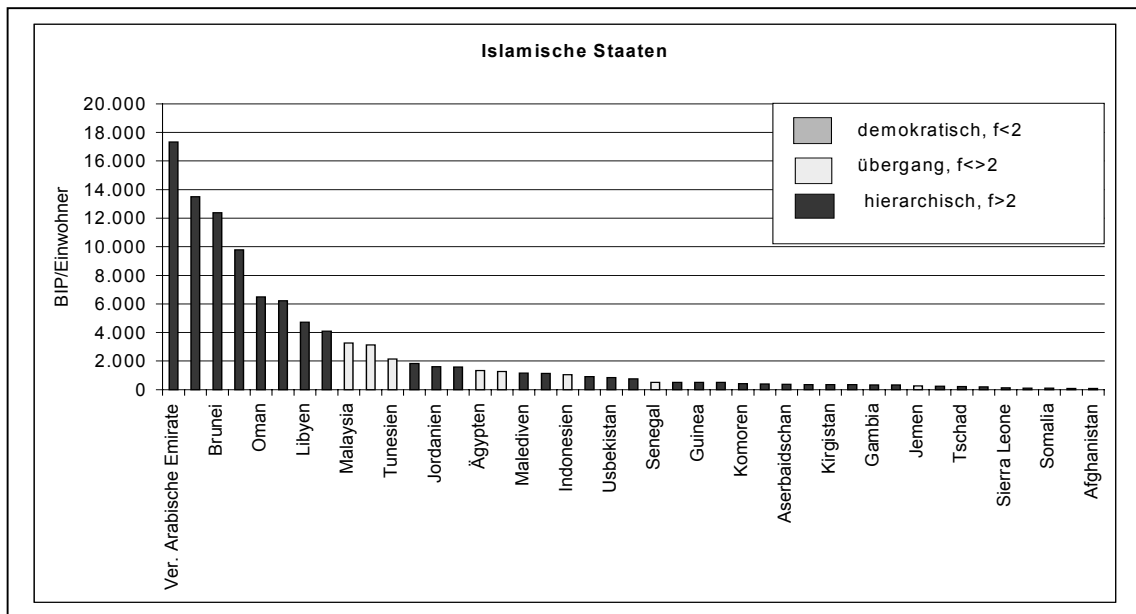


Abbildung 48: BIP/Einwohner islamischer Staaten

Die wenigen Staaten, die auch nur relativ niedrige Fertilität von kleiner als vier haben, haben ebenfalls eine Gemeinsamkeit. Es sind entweder reiche Staaten oder Staaten der ehemaligen Sowjetunion.

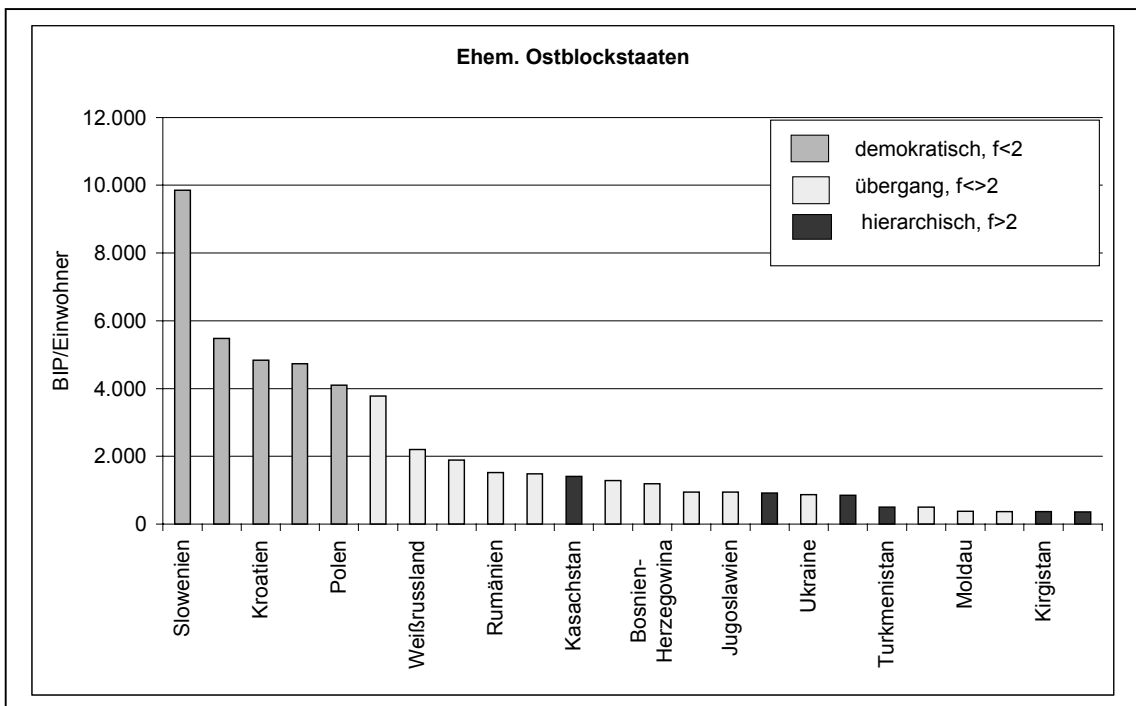


Abbildung 49: BIP/Einwohner ehemaliger Ostblockstaaten

Diese Staaten, die aus der Sowjetunion entstanden oder aus dem ehemaligen Ostblock, entstanden sind, sind ebenfalls besonders ausgezeichnet. Sie haben einen relativ niedrigen Lebensstandard und eine niedrige Fertilität. Die Temperatur des Übergangs liegt auch hier, wie bei den christlichen Staaten, bei etwas 4000 US-\$ pro Jahr. Auch hier bilden sich wieder Ausnahmen. Hier sind es die Staaten Osteuropas, zum Teil EU-Anwärter, wie zum Beispiel die Tschechische Republik, Slowenien, Ungarn oder Polen,

die einen beachtlichen Wohlstand erreicht haben. Die islamische Staaten zeichnen sich unter diesen ehemaligen Ostblockstaaten wieder als die ärmsten Staaten aus. An dieser Stelle können Kirgistan, Aserbaidschan und Tadschikistan genannt werden.

Stellt man die Süd- und Mittelamerikanischen Staaten in einem Diagramm zusammen, und teilt man sie genauso in die drei politischen Klassen auf (wie in den obigen Abbildungen), so stellt sich heraus, dass anscheinend keiner von ihnen richtig demokratisch ist.

Dies scheint daran zu liegen, dass diese Staaten größtenteils eine hohe Fertilität haben, die größer als 2,5 ist. Dies mag in der tief verwurzelten katholischen Religion der Länder liegen. Einige kleinere Staaten stellen dabei die Ausnahme dar. Bei Kuba ist der Sozialismus vermutlich der Grund für eine niedrige Fertilität. So kann man den Status bei der Fertilität dieser Länder insgesamt etwas höher ansetzen und die Grenze zu demokratischen Werten bei etwa drei legen. Daraus ergibt sich dann Abbildung 50.

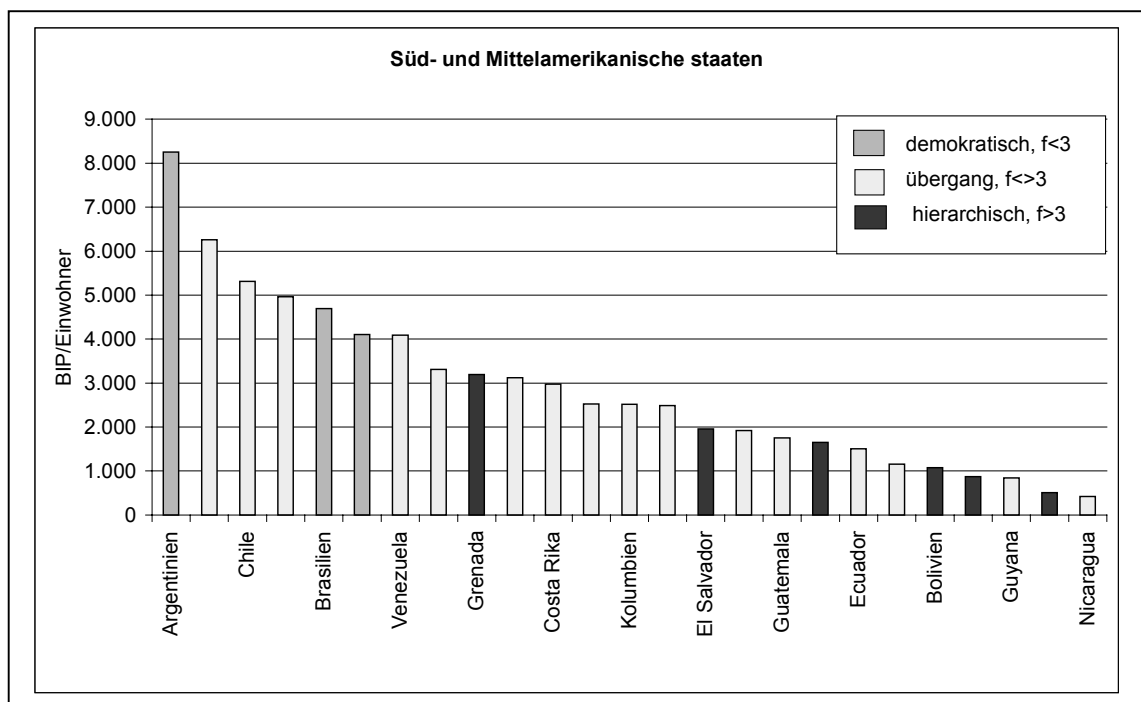


Abbildung 50: BIP/Einwohner süd- und mittelamerikanischer Staaten

Aus der Abbildung lässt sich ablesen, dass die Temperatur, der Lebensstandard, beim Übergang in den demokratischen Zustand auch hier bei 4000 US-\$ bei liegt.

Afrikanische Staaten, von denen einige auch islamische Staaten sind, haben allgemein einen sehr niedrigen Lebensstandard und eine hohe Fertilität. In Afrika, genauso wie in allen islamischen Staaten ist kaum ein Staat mit gefestigter demokratischer Regierungsform zu finden. Zusätzlich sind die Staaten alle arm, es gibt nur wenige mit einem BIP/Einwohner das oberhalb von 3000 US-\$ liegt.

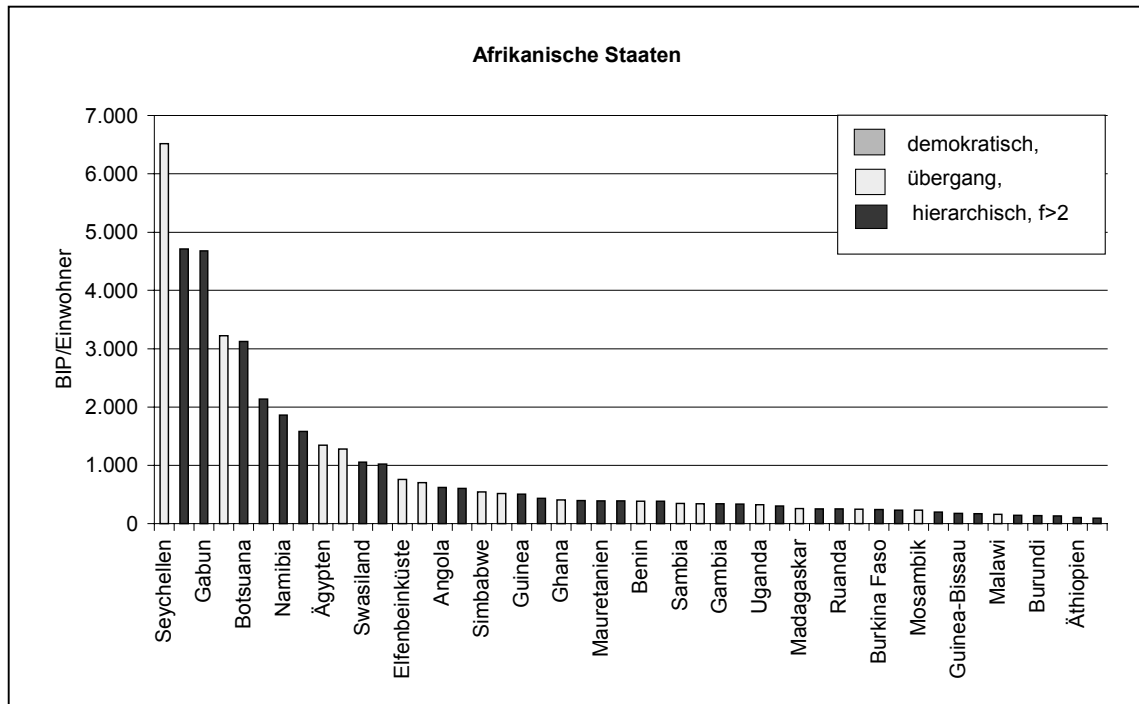


Abbildung 51: BIP/Einwohner afrikanischer Staaten

Es lässt sich auch in Afrika noch keine Abschätzung des Lebensstandards für den Übergang zur Demokratie bestimmen, jedoch befinden sich schon viele in der Phase des Übergangs und sind auf dem Weg zu demokratischen Staatsformen. Daraus kann man erkennen, dass die Übergangstemperatur hier niedriger liegen sollte als in den europäischen oder amerikanischen Staaten.

Mit dieser Betrachtungsweise kann man nun ungefähr einschätzen, dass ein mittleres Einkommen pro Bürger um die 4000 US-\$ pro Jahr von Nöten ist, um den Menschen im betreffenden Staat die finanzielle Freiheit zu geben, um sich um die Mitbestimmung im Staat zu kümmern und demokratische Strukturen zu fördern. Wann die Übergangsphase beginnt, hängt offensichtlich von vielen unterschiedlichen Parametern ab, da viele Staaten schon bei sehr niedrigem Lebensstandard von semidemokratischen Staatsformen regiert werden. Der endgültige Übergang zur demokratischen Staatsform findet durch friedliche oder auch militärische Revolutionen statt. Diese Phasenübergänge sorgen auch in den Staaten dafür, dass sich der Lebensstandard in den Zeiten des Umbruchs nicht erhöhen kann. Denn die Mittel werden aufgebraucht, um die alten Strukturen aufzulösen und neue demokratische Strukturen zu schaffen. Das Geld, das in dieser Zeit in den Umbruch investiert wird, kann als eine Art Schmelzwärme im thermodynamischen Sinne betrachtet werden.

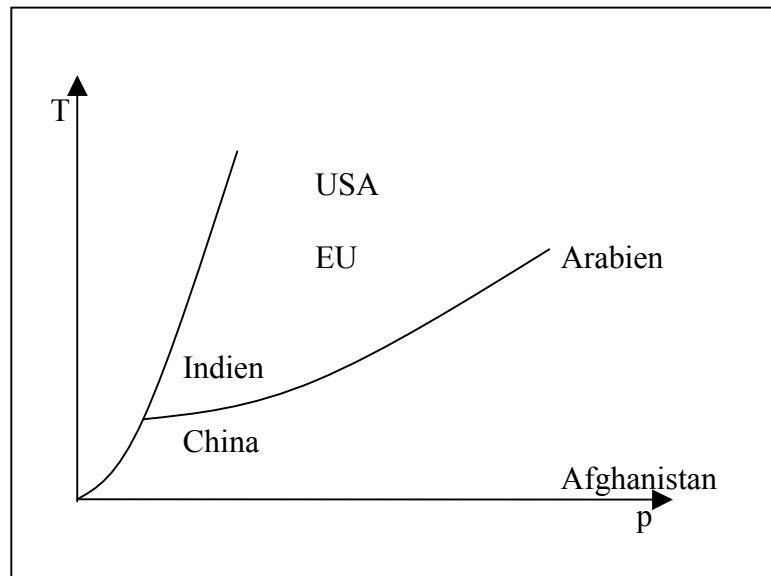


Abbildung 52: Einteilung von Staaten in Phasendiagramm politische Systeme

In Abbildung 52 sind Staaten bzw. Regionen in ein Phasendiagramm politischer Systeme eingetragen. Auf der y-Achse ist der Lebensstandard aufgetragen, auf der x-Achse der innere Druck der angegebenen Staaten. Die fundamentalistisch islamischen Staaten findet man ganz rechts auf dieser Achse. Bei ihnen wird immer noch nach sehr strengen religiösen Regeln gelebt und diese werden auch mit allen Mitteln durchgesetzt. In Indien oder China ist der Druck klein, da China ein Staat ohne vorherrschende Religion ist, und in Indien der weit verbreitete Hinduismus kaum Schranken für die Anhänger setzt. In den USA und der EU ist die christliche Religion am weitesten verbreitet. Dort lebt man auch zum größten Teil nach den christlichen Regeln.

2.2.3. Demokratie in armen Staaten ?

Zu den derzeitigen politischen Bestrebungen in Afghanistan, einem der ärmsten Länder der Welt, ein demokratisches System einzuführen, kann man folgende Überlegungen anstellen. Da Afghanistan das ärmste Land der Welt ist (Abbildung 48) muss dort ein hierarchisches System bestehen. Um dieses Land nun demokratisieren zu können, muss der Lebensstandard der Nation erhöht werden. Außerdem muss Druck, vor allem der starke islamische Druck, vermindert werden, damit sich auch hier ein dauerhafter und stabiler demokratischer Staat bilden kann. Die Bürger dieses Landes sind im allgemeinen froh von der Fessel der Taliban befreit zu sein. Wenn dieses Land jetzt allein und ohne finanzielle Hilfe gelassen würde, dann bestände die große Gefahr, dass es wieder in anarchische Zustände zurückfallen könnte. Möglicherweise könnte dann einer der vielen Stämme im Staat diese Situation nutzen, um das ganze Land an sich zu reißen. Dann würde es wieder Krieg und Miswirtschaft in Afghanistan geben. Die Einführung eines Stammesrats mit Vorsitz eines von allen Stämmen respektierten

Präsidenten als starkem Herrscher kann Frieden in das Land bringen, wenn es dem Rat gelingt den Wohlstand im Land zu erhöhen.

Es hätte dann ein Phasenübergang 1. Ordnung stattgefunden. Durch die Intervention der USA mit den alliierten Kräften sind die alten Ordnungen des Taliban-Regimes aufgebrochen worden. Nun muss noch sehr viel finanzielle Hilfe als eine Art Schmelzwärme in das Land hinein fließen, um die Strukturen völlig aufzulösen und demokratische Strukturen im Land zu errichten und zu sichern. Ansonsten wird es eine unmögliche Aufgabe sein, diesen sehr armen, stark islamisch geprägten Staat den Weg in die Demokratie zu ebnen.

Ähnlich fallen die Überlegungen für den Irak aus. Nur eine Ablösung der Regierung unter Saddam Hussein garantiert noch lange nicht eine friedliche und demokratische Struktur im Land. Es wird viel Aufbauhilfe geleistet werden müssen, um neue politische und wirtschaftliche Strukturen aufzubauen. Wobei in diesem Staat die finanzielle Hilfe geringer ausfallen dürfte als in Afghanistan. Denn durch die Ölvorkommen könnte sich der Irak selbst den Wohlstand verschaffen, den er benötigt um die neuen Strukturen zu festigen.

3. Flüsse

3.1. Wärmefluss zwischen zwei Stoffen unterschiedlicher Temperatur

Betrachtet wird ein isolierter Behälter, in dem zwei kleinere Behälter, die jeweils mit drei Litern warmen Wasser der Temperatur $T_1 = 60\text{ °C}$ und zwei Litern kaltem Wasser der Temperatur $T_2 = 5\text{ °C}$ gefüllt sind. Sind die beiden Behälter nicht nur von der Umgebung sondern auch voneinander isoliert, so bleibt ihre jeweilige Temperatur konstant. Hebt man nun die Isolierung zwischen den beiden Hälften auf, so dass sie in direktem Kontakt stehen, so wird man nach einiger Zeit feststellen, dass sich die Temperaturen in den beiden Hälften ausgeglichen haben..

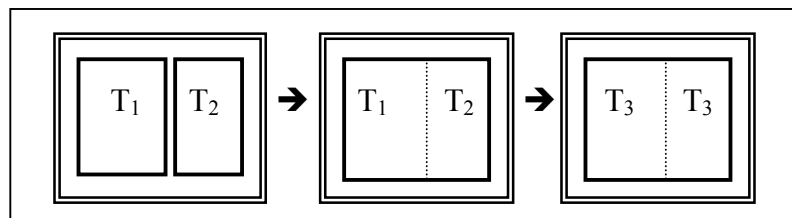


Abbildung 53: Wärmefluß in Wasser unterschiedlicher Temperatur

Nachdem die Isolation zwischen den beiden kleinen Behältern aufgehoben ist, findet ein Wärmeaustausch oder Wärmefluss statt. Misst man nun die Temperatur, so ist weder die Temperatur T_1 noch die Temperatur T_2 zu messen, sondern eine Temperatur T_3 , die kleiner als T_1 und größer als T_2 ist. Das thermodynamische System hat den Zustand des thermodynamischen Gleichgewichts angenommen. Dieser besagt, dass zwischen zwei Stoffen unterschiedlicher Temperatur, hier kaltem Wasser und warmen Wasser, ein Wärmestrom stattfindet. Der Wärmestrom fließt solange, bis sich die Temperaturen ausgeglichen haben und in beiden Stoffen die gleiche Temperatur herrscht. Diese Temperatur setzt sich aus den Volumenanteilen V_i der beiden Stoffe und deren Temperatur T_i zusammen:

$$\begin{aligned} V_1 \cdot T_1 + V_2 \cdot T_2 &= V_3 \cdot T_3 \\ \Leftrightarrow T_3 &= \frac{V_1 \cdot T_1 + V_2 \cdot T_2}{V_3} \end{aligned} \quad \text{Gleichung 30}$$

In diesem Beispiel ergibt sich für die Temperatur, nachdem sich das System ausgeglichen hat, mit Gleichung 30: $3l \cdot 60\text{ °C} + 2l \cdot 5\text{ °C} = 5l \cdot T_3$

$$\Leftrightarrow T_3 = \frac{3l \cdot 60\text{ °C} + 2l \cdot 5\text{ °C}}{5l} = \frac{190\text{ °C}}{5} = 38\text{ °C}$$

Interessant ist nun die Menge an Wärme Q , die von der einen Hälfte des Behälters in die andere geflossen ist. Diese kann mit Hilfe der Temperaturdifferenz in den beiden

Behältern, vor und nach dem Wärmeaustausch, mit Hilfe des Volumens und der Wärmekapazität C , bzw. der spezifischen Wärmekapazität c berechnet werden [8]:

$$\Delta Q = C \cdot \Delta T = N \cdot c \cdot \Delta T = \rho \cdot V \cdot c \cdot \Delta T; \rho, c = \text{konst.} \quad \text{Gleichung 31}$$

Mit $\Delta Q_{1 \rightarrow 2} = V_1 \cdot (T_3 - T_1) = 3l \cdot (38^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}) = -66l \cdot ^\circ\text{C}$ wird das ΔQ berechnet, das von dem Behälter der Temperatur T_1 in den mit der Temperatur T_2 übergeflossen ist. Das Ergebnis dieser Formel trägt ein negatives Vorzeichen, was dadurch zu begründen ist, dass der wärmere Behälter die Wärme abgibt, sie also verliert. Diese errechnete Wärme die überfließt muss vom Betrag her derjenigen entsprechen, die der zweite Behälter aufgenommen hat. Diese berechnet man nun mit $\Delta Q_{2 \rightarrow 1} = V_2 \cdot (T_3 - T_2) = 2l \cdot (38^\circ\text{C} - 5^\circ\text{C}) = 66l \cdot ^\circ\text{C}$. Es ist den Werten zu entnehmen, dass die eben aufgestellte Vermutung über das Verhältnis der abgegebenen und aufgenommenen Wärme stimmt. $\Delta Q_{1 \rightarrow 2} = -\Delta Q_{2 \rightarrow 1}$

Sind die beiden Behälter nicht isoliert, befinden sie sich also in einem offenem System. Sollen sie die Temperatur halten, so muss eine Wärmequelle die Energie oder Wärme aufbringen um dies zu gewährleisten. Der kältere Behälter benötigt nur eine kleinere Wärmequelle als der wärmere. Damit ein Temperatursausgleich zwischen den beiden Gefäßen stattfinden kann, müssen die Behälter zuerst in Kontakt gebracht werden. Dann muss, wie oben, Wärme vom warmen in den kalten Behälter fließen, so dass seine Temperatur nicht gehalten wird sondern absinkt, da er die Wärmequelle nicht nur zum erhalten seiner, sondern auch zum erhöhen der anderen Temperatur nutzt (Abbildung 54).

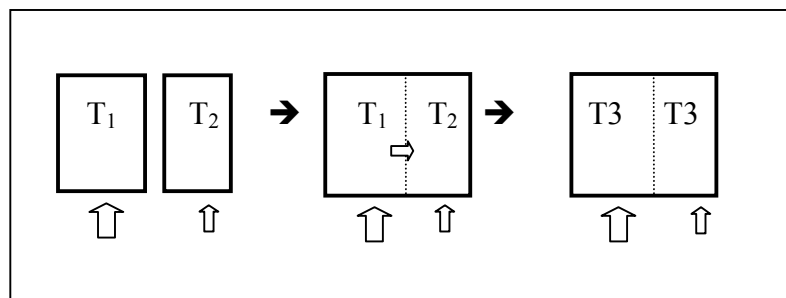


Abbildung 54: Wärme fluß in Wasser unterschiedlicher Temperatur mit Wärmequellen

Die Ausgleichstemperatur T_3 berechnet sich hier analog zu der in Gleichung 30.

3.2. Kapitalfluß zwischen zwei Gebieten unterschiedlichem Lebensstandards

Wie in Kapitel 1 festgestellt, lässt sich für die Temperatur T in thermodynamischen Systemen bei ökonomischen Systemen der Lebensstandard einsetzen. Dieser Lebensstandard ist gegeben durch das Bruttoinlandsprodukt pro Jahr, den Wert aller in einem Jahr im Inland produzierten Güter und Dienstleistungen. Um einen Vergleich zwischen dem BIP verschiedener Länder oder Regionen anzustellen, benutzt man das BIP pro Einwohner als normierte Größe. Als eines dieser ökonomischen Systeme betrachten wir hier Deutschland [10]. Deutschland kann man nicht als ein isoliertes System ansehen, da das Land seinen eigenen Wohlstand zum Erhalt desselben nutzt, Kapital ins Ausland bringt und auch welches von dort erhält. Das Kapital wird jährlich verbraucht, um den eigenen Lebensstandard zu erhalten. Um den Lebensstandard konstant zu halten, muss demnach eine Wärme-, hier Kapitalquelle existieren. Diese Kapitalquelle ist das BIP, das jährlich in das Finanzsystem Deutschland einfließt. Betrachtet wird nun dieses Finanzsystem Deutschland als ein System aus Ost- und Westdeutschland, den alten und den neuen Bundesländern. Wie ohne Zweifel aus Tabelle 9 zu entnehmen ist, herrscht in beiden Gebieten ein unterschiedlicher Lebensstandard T , der sich mit der Zeit verringert hat, aber doch auch 1998 noch beachtlich ist.

Jahr	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
T: BIP/Einw. Deutschland	34318	35068	35646	36143	35494	36368	36676	37042	37800	38865
T: BIP/Einw. Alte Länder	38420	39851	41300	41490	40268	40928	41080	41342	42158	43348
T: BIP/Einw. Neue Länder	18983	16432	12881	14090	15495	17073	17871	18559	18956	19387

Tabelle 9: $\frac{\text{BIP}}{\text{Einwohner}}$ in Gesamt-, Ost- und Westdeutschland in den Jahren 1989-1998

in DM.

Diese beiden Gebiete Deutschlands können nun als zwei Behälter, gefüllt mit kaltem und warmen Wasser, betrachtet werden. Um Ostdeutschland genauso warm bzw. wohlhabend zu machen wie den Westen Deutschlands, muss nach der obigen Überlegung Wärme, also Geld, fließen (Abbildung 55).

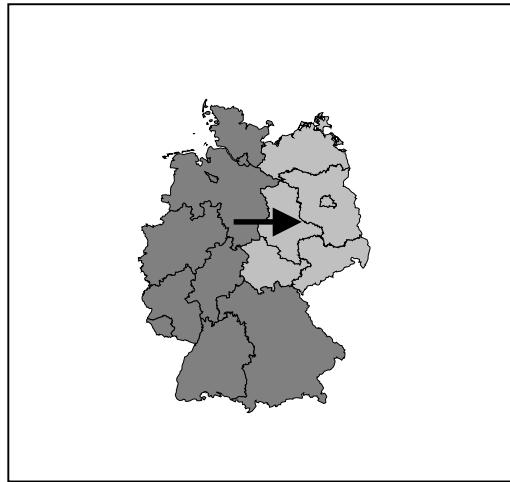


Abbildung 55: Westdeutschland (warm) und Ostdeutschland (kalt)

Dieser Finanztransfer findet auch statt. Er betrug im Jahr 1991 139 Mrd. DM und im Jahr 1998 189 Mrd. DM. Den Kapitalfluss, der angebracht gewesen wäre, um den beiderseitigen Wohlstand auszugleichen, kann nach Gleichung 31 berechnet werden. Die Variable V wird in dieser Rechnung durch die Anzahl an Personen in den unterschiedlichen Teilen Deutschlands ersetzt. Das ΔT stellt die Differenz der unterschiedlichen BIP/Einwohner dar.

$$\Delta Q_{\text{West} \rightarrow \text{Ost}} = 64,074 \text{ Mio. Einwohner} \cdot (35646 - 41300) \frac{\text{DM}}{\text{Einwohner}} = -362 \text{ Mrd. DM}$$

$$\Delta Q_{\text{Ost} \rightarrow \text{West}} = 15,91 \text{ Mio. Einwohner} \cdot (35646 - 12881) \frac{\text{DM}}{\text{Einwohner}} = 362 \text{ Mrd. DM}$$

Wie in der Rechnung zu sehen, hätte ein Kapitalfluss von 362 Mrd. DM von West- nach Ostdeutschland stattfinden müssen. Es sind aber nur 139 Mrd. DM geflossen, womit nicht ein Ausgleich der Verhältnisse stattgefunden hat, sondern nur eine Annäherung.

Wenn nun dieses wirklich geflossene Kapital mit in das jeweilige T eingerechnet wird, ergibt sich ein reales T , welches den realen Unterschied der Lebensstandards darstellt. Um dieses reale T zu bestimmen, muss man das geflossene Kapital geteilt durch die jeweiligen Einwohner zum BIP/Einwohner addieren bzw. subtrahieren, da es sich direkt auf die Lebensverhältnisse in den Gebieten auswirkt. Abbildung 56 stellt die Verläufe von BIP und realem BIP pro Einwohner dar. Es ist zu erkennen, dass ohne Kapitalfluss oder Finanztransfers die Lücke zwischen Ost und West weiterhin sehr groß wäre. So würde im Westen ein etwa doppelt so hoher Lebensstandard wie im Osten herrschen. Die Kurve des realen BIP hingegen lässt die beiden Graphen einander annähern, so dass 1998 der Osten schon ca. 80 % des Lebensstandards des Westens erreicht hatte.

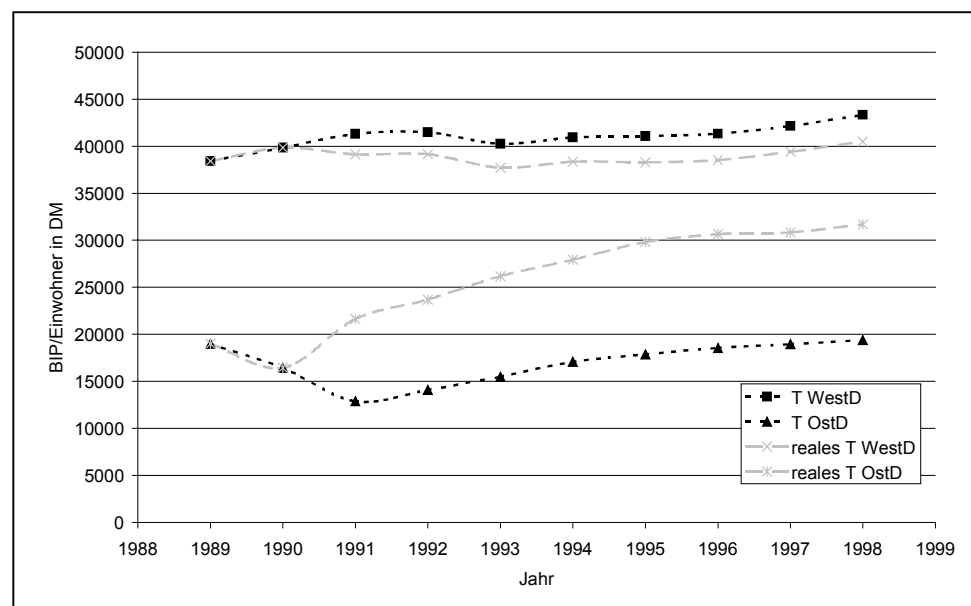


Abbildung 56: BIP und reales BIP in West- und Ostdeutschland

Tabelle 10 stellt nun den realen Kapitalfluss und den zum Gleichgewichtszustand erforderlichen Kapitalfluss dar. Aus der Tabelle ist zu entnehmen, dass 1991 nicht einmal die Hälfte des benötigten Geldes geflossen ist (39 %), der Anteil steigt mit den Jahren an, erreicht 1996 sein Maximum von fast 66 % und liegt 1998 bei etwa 64 %.

Jahr	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
Gleichgewichts-kapitalfluss	362,2	346,89	312,95	300,3	291,6	285,6	290,3	299
Realer Kapitalfluss	139	151	167	169	185	187	183	189

Tabelle 10: Gleichgewichts und realer Kapitalfluss in Mrd. DM

An diesen Zahlen ist klar zu sehen, dass der Osten Deutschlands noch lange nicht das Niveau des Westens erreicht hat. Es sind in den vergangenen Jahren zwar schon Milliarden DM in Richtung Ostdeutschland geflossen, doch noch lange nicht genug, um einen Ausgleich der Lebensverhältnisse zu gewährleisten.

Allerdings ist es mit dem geflossenem Geld noch nicht getan, denn nur Geld allein macht den Osten nicht zu einer eigenen Kapitalquelle, die zum Halten des Lebensstandards ausreicht. So muss viel Geld in die Infrastruktur, in den Aufbau von Unternehmen, in Beschäftigungsprogramme und die Angleichung der Löhne fließen. Denn wenn die Arbeiter auf Grund der niedrigeren Löhne, hohen Arbeitslosigkeit oder schlechter Arbeitsbedingungen in den Westen auswandern, ist keiner mehr da, um das ostdeutsche BIP zu erhöhen. Ohne diese eigene Finanzquelle, kann man nie mit einem

ausgeglichenem Wohlstand, ohne Finanztransfers, rechnen. Die neuen Bundesländer wären weiterhin für lange Zeit vom finanziellen Wohlwollen der alten Bundesländer abhängig. Wenn nicht in den Aufbau der ostdeutschen Wirtschaft und die Steigerung des dortigen BIP investiert wird, dann kann die Zahlung der Mittel bis in alle Zeit fortgesetzt werden. Wenn das Geld aber dort investiert wird, so kann es im Idealfall mit einer einzigen Zahlung, um die Wirtschaft aufzubauen, getan sein. Ostdeutschland würde so seine eigene Kapitalquelle haben, um seinen Lebensstandard dem des Westens anzugleichen.

Ein gutes Beispiel für einen wirtschaftlichen Aufbau durch kurzzeitige Zahlung eines großen Betrags von Geld ist auch in Europa, speziell in Deutschland zu finden. Nach dem zweiten Weltkrieg lag die Wirtschaft Europas am Boden. Die vorher vorhandene Wirtschaftsstruktur war so gut wie vollständig zerstört. Die USA stellten die oben angeführte Überlegung an und unterstützten ganz Europa durch den Marshall-Plan mit insgesamt 13,4 Milliarden US-\$, die zwischen 1948 und 1952 gezahlt wurden [18]. Die meisten westeuropäischen Staaten erhielten einen Anteil von 50 Million bis hin zu 3 Milliarden US-\$. Deutschland erhielt etwa 1,4 Milliarden US-\$. Dieses Geld wurde in ganz Europa benutzt, um die Wirtschaftsstruktur wieder aufzubauen und so Europa den Weg zu einer wettbewerbsfähigen Wirtschaftsmacht zu bereiten.

Im Unterschied zu der Nachkriegssituation Deutschlands hat Ostdeutschland keine Wirtschaftsstruktur, die zerstört wurde. So muss ein großer Teil der Finanzmittel in den Aufbau dieser Struktur, also wie oben schon erwähnt, zuerst und hauptsächlich in die Infrastruktur fließen.

3.3. Ost-West-Wanderung in Deutschland nach 1990

Solange nicht genügend Geld in die neuen Ländern strömt, um dort den Erhalt des Lebensstandards zu sichern, werden Menschen wegen des Geldes vom Osten in den Westen ziehen. Dieser Strom von Menschen findet mehrere Analogien in der Physik. Allerdings ist bei diesen Analogien zu beachten, dass in der Physik alle Teilchen ihr energetisches Minimum suchen, nicht wie in der Sozioökonomie das Maximum des Gewinns oder der Zufriedenheit. Der elektrische Strom fließt vom hohem zum niedrigen Potential, Wärmestrom vom heißen zum kalten Ende eines Leiters. Teilchen wandern von hoher zu niedriger Konzentration. Diese Ströme hängen immer von einer Differenz des Potentials, der Wärme oder der Konzentration sowie einiger Eigenschaften des Leiters des jeweiligen Stroms ab. Bei der Wanderung von Teilchen in Material sind zusätzlich noch freie Plätze oder Leerstellen für die Teilchen als Ziel der Wanderung von Nöten, denn wo kein Platz für Teilchen ist, da können auch keine hin wandern. Ein weiterer Punkt, der in allen physikalischen Wanderungen vorkommt, ist die zurückzulegende Strecke. Je länger sie ist, desto weniger Teilchen erreichen das Ziel. Hier einige Beispiele für Formeln mit denen diese Flüsse berechnet werden können [8]:

- Stromfluss $j = -\sigma \cdot \frac{\partial U}{\partial l}$, mit ∂U als Spannungsdifferenz
- Wärmefluss $j = -\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial l}$, mit ∂T als Temperaturdifferenz
- Teilchenfluss $j = -D \cdot \frac{\partial C}{\partial l}$, mit ∂C als Konzentrationsdifferenz

Analog hierzu wandern Menschen vom niederen Lebensstandard zum höheren um ihren eigenen Wohlstand und die eigene Zufriedenheit zu erhöhen. Auch hier müssen Möglichkeiten gegeben sein, das Vermögen oder das Einkommen zu erhöhen. Es müssen also Arbeitsplätze frei sein. Am Beispiel der Ost – West Wanderung ist dies zu erkennen [10]. Die Menschen im Osten Deutschlands gingen in den Westen weil sie dort Arbeitsplätze erwarteten, die zu Hause nicht gegeben waren. Ebenso ist es mit Arbeitern aus Osteuropa: Weil sie für wenig Geld arbeiten, sind sie in Deutschland für Unternehmer gern gesehene Arbeiter, da so der eigene Verdienst an der Arbeit größer ist. Der Anteil derjenigen, die die Umsiedlung oder Wanderung auf sich nehmen würden, muss ebenfalls in der Gleichung auftauchen. Hinzu kommt auch hier, wie bei der Physik, die Frage des Weges, der Entfernung vom Start der Wanderung bis zum Ziel.

Man kann also folgende Form der Gleichung vermuten. Die Anzahl der Wanderer von A nach B ist proportional zur Anzahl der Wanderungswilligen, ausgedrückt durch den

Prozentsatz f , der Anzahl der Menschen im Land A, der freien Arbeitsplätze μ und der Differenz des Lebensstandard ∂T und proportional zur reziproken Entfernung ∂l . Die Anzahl von Menschen im Land B könnte ebenfalls noch Einfluss auf die Zahl der Wanderer haben. Es ist jedoch ungeklärt, in welcher Beziehung sie in die Formel eingeht. Sie könnte proportional sein: Wo schon viele Arbeiter sind, können auch noch welche dazukommen. Allerdings könnte sie auch antiproportional sein: Wo Arbeiter fehlen, werden neue von Außerhalb gebraucht. Weil diese Beziehung noch ungeklärt ist, soll die Anzahl N_B außer Acht gelassen werden und nur eine sehr grobe Abschätzung gemacht werden [19].

$$N_{A \rightarrow B} = f \cdot N_A \cdot \mu \cdot \frac{\partial T}{\partial l} \quad \text{Gleichung 32}$$

Im Unterschied zu den Formeln der Verteilung im letzten Kapitel ist diese Gleichung rein hypothetisch, kann jedoch eine etwaigen Größeneinschätzung erlauben. Man kann die Werte für N_A , ∂T und ∂l angeben. Für die innerdeutsche Wanderung hat man auch Werte für die Anzahl der von A nach B Gewanderten [10], so dass man die Werte f und μ in einer Konstante D zusammenfassen und berechnen kann. Es sind im Jahr 1998 30728 Menschen von Ost nach West gezogen, 15,35 Millionen Menschen lebten zu der Zeit in Ostdeutschland und die Differenz im Lebensstandard betrug 8814 DM pro Bürger.

Abbildung 57 zeigt den zeitlichen Verlauf des Unterschiedes im Lebensstandard in Ost und West, mit einem Normierungsfaktor, damit die Graphen alle zusammen darstellbar sind. Die Wanderer insgesamt und die Wanderer, die nach Männern und Frauen aufgeteilt wurden, sind aufgeführt. Es ist eindeutig erkennbar, dass mit kleiner werdendem ΔT auch die Zahl der Überwanderer abgenommen hat. In den Jahren 1997 und 1998, als es wieder zunahm, nahm auch die Zahl der Wanderer von Osten nach Westen wieder zu. Ein weiterer Punkt, der aus dem Graphen zu deuten ist, ist die Tatsache, dass deutlich mehr Frauen als Männer die neuen Bundesländer verlassen haben.

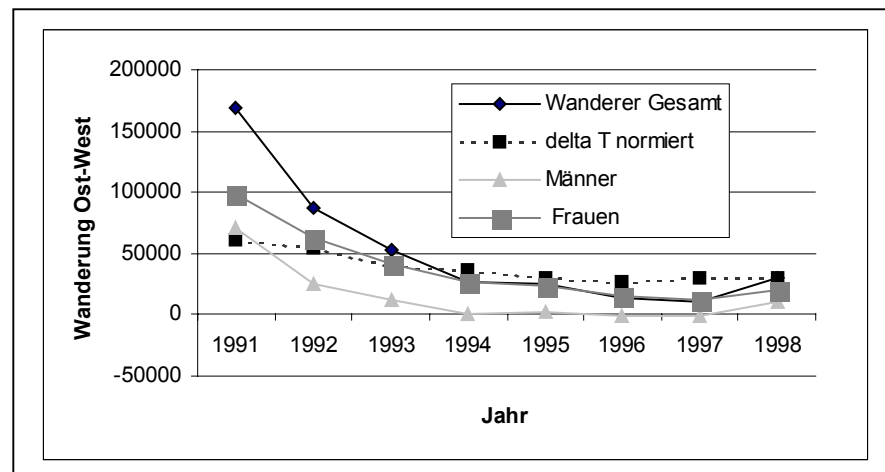


Abbildung 57: Wanderung Ost → West, gesamt, Männer, Frauen, normiertes ΔT

Vermutlich ist dies dadurch zu erklären, dass in der DDR eine Vollbeschäftigung für Männer und Frauen gegeben war. In der Zeit nach der Einheit war aber eine deutliche Schwächung der ostdeutschen Wirtschaft zu verzeichnen, so dass auch die Arbeitslosenzahl sehr hoch war. In der DDR sah das „traditionelle“ Familienbild anders aus als in der Bundesrepublik. Frauen blieben nicht zu Hause, weil sie sich um die Kinder kümmern mussten. Denn es gab zahlreiche Kinderhorte und Tagesstätten, in denen diese betreut wurden. Die Frauen waren also an eine Arbeitsstelle gewöhnt. Da diese nach der Wiedervereinigung nicht mehr gegeben waren, sahen sie sich im westdeutschen Arbeitsmarkt mit den niedrigeren Arbeitslosenzahlen besser aufgehoben.

Jahr	Männlich	Weiblich	Anteil Frauen
1991	382 877	529 961	72,25%
1992	429 116	741 145	57,90%
1993	414 472	734 320	56,44%
1994	401 446	740 644	54,20%
1995	386 937	660 079	58,62%
1996	495 045	673 776	73,47%
1997	601 666	761 890	78,97%
1998	631 858	743 090	85,03%

Tabelle 11: Arbeitslosenzahlen in Ostdeutschland 1991-1998 [10]

Frauen sahen ihre Chancen im westdeutschen Arbeitsmarkt, da hier eine geringere Arbeitslosigkeit herrschte.

3.4. Aussichten auf die EU-Osterweiterung

Analog zu der obigen Betrachtung kann man nun auch die EU und deren Beitrittskandidaten betrachten [16]. Die 15 Staaten der EU gehören mit zu den wohlhabendsten Staaten der Welt. Manche dieser Staaten werden durch einen König oder eine Königin vertreten. Da ihre Staatsform jedoch eine parlamentarische Monarchie ist, können auch sie sich, wie die anderen demokratischen Staaten, als gefestigte und demokratische Staatsform ansehen. Analog zu der Wiedervereinigung Deutschlands und der oben angeführten Kostenrechnung zum Angleichen der Lebensverhältnisse, kann man hier, im größeren Rahmen, die Osterweiterung der EU betrachten. Die sechs nächsten Anwärter liegen alle mit ihrem BIP/Einwohner unterhalb des niedrigsten Wertes in der EU. Tabelle 12 zeigt die entsprechenden Werte für die betreffenden Staaten.

Land	Einwohner	BIP in Mio \$	BIP/Kopf in \$
Luxemburg	427	17.500	40.984
Dänemark	5.301	174.870	32.988
Österreich	8.078	211.858	26.227
Deutschland	82.047	2.134.205	26.012
Schweden	8.852	226.492	25.587
Niederlande	15.698	381.819	24.323
Belgien	10.204	248.184	24.322
Frankreich	58.847	1.426.967	24.249
Finnland	5.153	123.502	23.967
Großbritannien u. Nordirland	59.055	1.357.197	22.982
Irland	3.705	81.949	22.118
Italien	57.589	1.171.865	20.349
Spanien	39.371	553.230	14.052
Griechenland	10.515	120.724	11.481
Portugal	9.968	106.697	10.704
Slowenien	1.982	19.524	9.851
Zypern	753	6.858	9.107
Tschechische Republik	10.295	56.379	5.476
Ungarn	10.114	47.807	4.727
Polen	38.666	158.574	4.101
Estland	1.450	5.202	3.588

Tabelle 12: $\frac{\text{BIP}}{\text{Einwohner}}$ in den Staaten der EU und den nächsten Anwärter-Staaten[4]

Nun wird der benötigte Kapitalfluss berechnet, der fließen muss, um die Beitrittsanwärter auf den gleichen Lebensstandard zu bringen, wie die EU ihn im Durchschnitt hat. Dazu muss man zuerst das durchschnittliche BIP/Einwohner aller 21 Staaten berechnen.

$$\frac{\sum_{i=1}^{21} V_i \cdot T_i}{\sum_{j=1}^{21} V_i} = T_{\text{mittel}}$$

Gleichung 33

Dieses T_{mittel} beträgt 19703 \$. Damit der Kapitalfluss berechnet werden kann, bestimmt man auf die gleiche Weise das $T_{\text{mittel EU}} = 22243$ \$ und das $T_{\text{mittel Beitritt}} = 4653$ \$. Somit folgt mit Hilfe von Gleichung 31: Es ist ein Kapitalfluss von 952,1 Milliarden \$ pro Jahr nötig um den Lebensstandard anzugleichen. Bei einem gesamten BIP der EU von 8,3 Billionen \$ macht das etwa 11 % dieses BIP aus. Diese Zahlungen wären vermutlich kaum zu realisieren, trotzdem soll weiter mit diesem Gedanken gespielt werden. Hier kann man jetzt die Überlegung anstellen, ob es sinnvoll ist, jedes Jahr fast eine Billion \$ zu zahlen. Es wäre auch hier anzuraten, Geld in den Aufbau der jeweiligen Wirtschaft und den Ausbau der Infrastruktur zu zahlen, da diese Finanzspritzen zu Anfang vielleicht sehr hoch ausfällt, sich jedoch im Laufe der Jahre erheblich verringern, oder gar ganz versiegen kann. Damit können sich diese Staaten aus eigener Kraft einen hohen Lebensstandard leisten. Wenn diese Aufbauhilfe nämlich ausbleibt, dann würde Ähnliches wie in der Zeit nach der deutschen Einheit passieren. Hunderttausende Menschen würden zum Geld gehen, da es nicht zu ihnen kommt. Somit würden den neuen östlichen EU-Staaten die Arbeiter entzogen, die die Grundlage sind, sich aus eigener Kraft eine starke Wirtschaft aufbauen zu können.

Nun kann man mit Gleichung 32 versuchen, die Anzahl der von Polen nach Deutschland übersiedelnden Arbeiter nach dem EU-Beitritt abzuschätzen. Man kann nur eine etwaige Größeneinschätzung geben, wie groß die Anzahl im Verhältnis zur innerdeutschen Wanderung ist. Die Werte für die Differenz des Lebensstandards kann nur grob in DM eingeschätzt werden, ebenso wird das ∂l für Polen, der Einfachheit halber als doppelt so groß angenommen, wie das innerdeutsche ∂l . Es lässt sich mit diesen Annahmen eine Näherung für die Anzahl der Wanderer abschätzen.

Es dürfte sich nach diesen Überlegungen etwa die doppelte Anzahl von Übersiedlern von Polen nach Deutschland einstellen, wie Menschen von Ost- nach Westdeutschland kamen. Allerdings ist dies nur eine äußerst grobe Abschätzung, da die Gleichung 32 noch nicht mit experimentellen Werten verifiziert werden konnte. Die Anzahl der Wanderer genau zu bestimmen, bleibt also eine Aufgabe, die in dieser nicht gelöst wurde.

Geht man nun von der Abschätzung an Umsiedlern aus, so könnte sich dadurch folgendes Problem ergeben: In der jetzigen EU, speziell in Deutschland, da es an der östlichen Grenze der EU in direkter Nachbarschaft zu den Mitgliedskandidaten liegt, würde das Problem auftreten, das man zu viele Ausländer zu schnell in das Land aufnehmen muss. Diese Menschen würden auf Grund der direkten Nachbarschaft in Deutschland bleiben, um dort Arbeit zu suchen. Sie würden nicht noch weiter bis nach Frankreich, Spanien oder Portugal reisen. Die Entfernung zur Heimat wäre zu groß, und zusätzlich hat Deutschland eins der höheren BIP/Einwohner der EU, was es für die Arbeiter sehr attraktiv und anziehend macht. Dieser Umstand würde das Entstehen von

stärkerer Fremdenfeindlichkeit fördern. Schon heute wird den „billigen“ Arbeitskräften aus dem östlichen Ausland vorgeworfen, den heimischen Arbeitern die Jobs wegzunehmen. Dieser Sachverhalt könnte sich in der Zeit nach der EU-Osterweiterung auf Grund der Menge der Aus- und Übersiedler extrem verschärfen.

4. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden physikalische Methoden auf ökonomische Fragestellungen angewandt. Dabei zeigte sich, dass sich die experimentellen Daten aus der Ökonomie oder der Soziologie mit Hilfe dieser physikalischen Methoden deuten lassen. Schon länger wurde ein Zusammenhang zwischen der Thermodynamik und den gesellschaftlichen Systemen der Sozio-Ökonomie gesehen. Es wurde vermutet, die Systeme seien isomorph ineinander übertragbar.

Die Ursache für diese Isomorphie ist die Struktur der statistischen Gleichungen, die für physikalische und sozio-ökonomische Systeme identisch sind. In der Physik ist die Nebenbedingung der Lagrange-Statistik durch die Energie gegeben, in der Ökonomie durch das Kapital.

Diese Arbeit widmete sich drei Schwerpunkten. Zuerst wurde die Verteilung des Vermögens in Analogie zur Verteilung der Energie bei Atomen betrachtet. Im nächsten Schritt wurden Angebot und Nachfrage eines Produktes theoretisch behandelt, sowie gezeigt, dass der Automarkt in Deutschland ein Beispiel für eine stochastische Verteilung ist. Als dritter Punkt wurde die Entwicklung der Demokratie in hierarchischen Staaten, analog zum Auftauen von Materie, untersucht. Im letzten Teil der Arbeit wurde versucht, eine Analogie zwischen dem Fluss von Menschen und Kapital und dem von Strömen in der Physik zu zeigen.

Anhang A**Herleitung der Poisson-Verteilung**

$$W_N(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \cdot p^n \cdot (1-p)^{N-n}$$

Ersetzt man $N!$ und $(N-n)!$ durch die folgende Stirling-Formel [5]

$N! = \sqrt{2 \cdot \pi \cdot N} \cdot N^N \cdot e^{-N}$ kommt man zu folgender Rechnung

$$\begin{aligned} W_N(n) &= \frac{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot N} \cdot N^N \cdot e^{-N} \cdot p^n \cdot (1-p)^{N-n}}{n! \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot (N-n)} \cdot (N-n)^{N-n} \cdot e^{-(N-n)}} = \frac{1}{n!} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{n}{N}}} \cdot \frac{N^N}{N^{N-n}} \cdot \frac{e^{-N} \cdot p^n \cdot (1-p)^{N-n}}{\left(1 - \frac{n}{N}\right)^{N-n} \cdot e^{-N} \cdot e^n} \\ &= \frac{1}{n!} \cdot (N \cdot p)^n \cdot e^{-n} \cdot \frac{(1-p)^{N-n}}{\left(1 - \frac{n}{N}\right)^{N-n+\frac{1}{2}}}, \text{ mit } N \cdot p = \bar{n} \Rightarrow W_N(n) = \frac{\bar{n}^n}{n!} \cdot e^{-\bar{n}} \cdot \frac{(1-p)^N}{\left(1 - \frac{n}{N}\right)^N} \cdot \frac{(1-p)^{-n}}{\left(1 - \frac{n}{N}\right)^{-n+\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

Da der Term $\frac{(1-p)^{-n}}{\left(1 - \frac{n}{N}\right)^{-n+\frac{1}{2}}}$ aufgrund des gegen N sehr kleinen n gegen 1 geht und

allgemein für exponential Funktionen die Beziehung $\lim_{N \rightarrow n} \left(1 + \frac{n}{N}\right)^N = e^n$ gilt, folgt nun

mit $\left(1 - \frac{n}{M}\right)^M \rightarrow e^{-n}$ und $(1-p)^N = \left(1 - \frac{N \cdot p}{N}\right)^N \rightarrow e^{-N \cdot p} = e^{-\bar{n}}$ für $W_N(n)$:

$$W_N(n) = \frac{\bar{n}^n \cdot e^{-\bar{n}}}{n!}.$$

Herleitung der Barometrischen Höhenformel [13]

$$p = \frac{F}{A} \tag{1}$$

Der Druck ist also die Kraft pro Fläche. Die Kraft auf den Erdboden besteht nur aus der Masse der Luft darüber $F = m \cdot g = \rho \cdot h \cdot A \cdot g$. Somit gilt

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\rho \cdot h \cdot A \cdot g}{A} = \rho \cdot h \cdot g \tag{2}$$

Damit kann man die Höhe der Atmosphäre, bei einem konstanten Druck von 1,013 bar

berechnen. $p = \rho \cdot h \cdot g \Leftrightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \approx 8 \text{ km}$. Die Atmosphäre wäre in

einer Höhe von etwa 8 km abrupt zu Ende. Da sich die Oberfläche der Luftschichten mit dem Abstand von der Erdoberfläche vergrößert, würde der Druck nach (1) immer um 127 mbar abnehmen, bei konstanter Dichte. Hinzu kommt noch die Formel von Boyle-Mariotte, nach der die Dichte proportional zum Druck mit ansteigender Höhe abnimmt. Somit kann man (2) nur als Gleichung für sehr dünne Schichten der Luft verwenden. Ändert man die Höhe um dh , so nimmt der Druck um dp ab. Man betrachtet das Differential

$$dp = -\rho \cdot g \cdot dh \quad (3)$$

Nach Boyle-Mariotte sind Druck und Dichte proportional, man kann folgende Gleichung aufstellen.

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0}$$

Setzt man jetzt (3) in (4) ein, so kann man eine der Variablen p oder ρ eliminieren.

$$dp = -g \cdot \frac{p_0}{\rho_0} \cdot p \cdot dh \Leftrightarrow \frac{dp}{p} = -g \cdot \frac{p_0}{\rho_0} \cdot dh$$

Die Ableitung der Funktion ist die Funktion selbst mal ein Faktor. Die Funktion muss also eine Exponentialfunktion sein. Der Faktor vor dem p muss somit im Exponenten der Funktion vorkommen.

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{g \cdot p_0 \cdot h}{\rho_0}} = p_0 \cdot e^{-\frac{M \cdot g \cdot h}{V_0 \cdot p_0}}, \text{ mit } \rho_0 = \frac{M}{V_0} \quad (4)$$

Der Druck p lässt sich bei konstanter Temperatur auch durch die Teilchendichte, mal einen Proportionalitätsfaktor ausdrücken.

$$p = n \cdot k \cdot T$$

Im Exponenten der Exponentialfunktion lässt sich noch die Zustandsgleichung idealer Gase anwenden.

$$p_0 \cdot V_0 = N_A \cdot k \cdot T$$

benutzen. Es folgt nun für (4)

$$p(h) = p_0 \cdot e^{-\frac{M \cdot g \cdot h}{V_0 \cdot p_0}} \Leftrightarrow n(h) \cdot k \cdot T = n \cdot k \cdot T \cdot e^{-\frac{M \cdot g \cdot h}{N_A \cdot k \cdot T}}$$

$$\Leftrightarrow n(h) = n \cdot e^{-\frac{m \cdot g \cdot h}{k \cdot T}}$$

Herleitung der abgewandelten Lagrange-Funktion

Benutzt wird die Formel für die allgemeine Lagrange-Funktion, bei der nur die nächsten Nachbarn berücksichtigt werden

$$L(x_i) = L_0 + \sum_i E_i x_i + \sum_{ij} E_{ij} x_i x_j + T \cdot \left[\ln \frac{N!}{\prod_i N_i!} \prod_i P_i^{N_i} \right]$$

Der Teil der Formel der hier vereinfacht werden soll ist der kombinatorische Teil, mit Hilfe der Stirling-Formel $\ln N! = N \ln N - N$ lässt sich dieser vereinfachen

$$\left[\ln \frac{N!}{\prod_i N_i!} \prod_i P_i^{N_i} \right]$$

$$\Leftrightarrow \left(N \ln N - N - \sum_i (N_i \ln N_i - N_i) + \sum_i \left(N_i \ln \frac{V_i}{V} \right) \right)$$

$$\Leftrightarrow \left(N \ln N - N \cdot \sum_i \left(\frac{N_i}{N} \ln \frac{N_i}{N} + \ln N \right) + N \cdot \sum_i \left(\frac{N_i}{N} \ln \frac{V_i}{V} \right) \right)$$

$$\Leftrightarrow \left(N \ln N - N \cdot \sum_i (x_i \ln x_i) + N \ln N + N \cdot \sum_i \left(x_i \ln \frac{V_i}{V} \right) \right)$$

$$\Leftrightarrow \left(-N \cdot \sum_i (x_i \ln x_i) + N \cdot \sum_i \left(x_i \ln \frac{V_i}{V} \right) \right)$$

$$L(x_i) = \sum_i E_i x_i + \sum_{ij} E_{ij} x_i x_j + T \cdot \left[-N \cdot \left(\sum_i x_i \ln x_i + N \cdot \sum_i x_i \ln \frac{V_k}{V} \right) \right] \rightarrow \text{Max!}$$

Anhang B

Anzahl Haushalte und gesamtes Einkommen BRD 1955

(Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

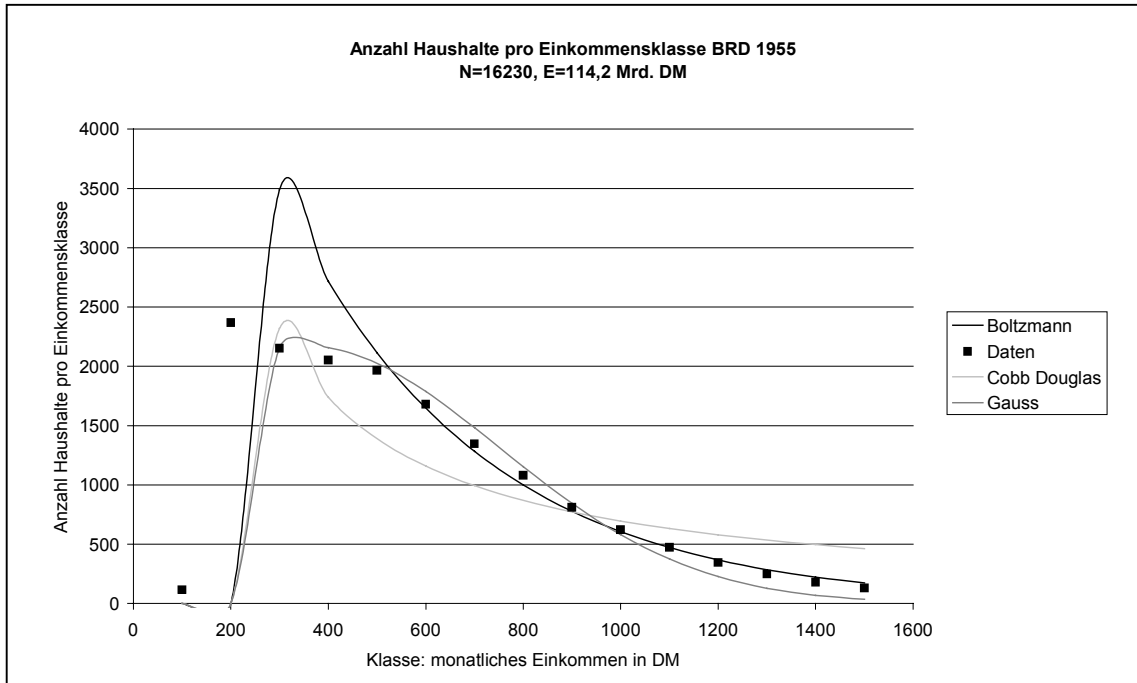


Abbildung A 1: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1955

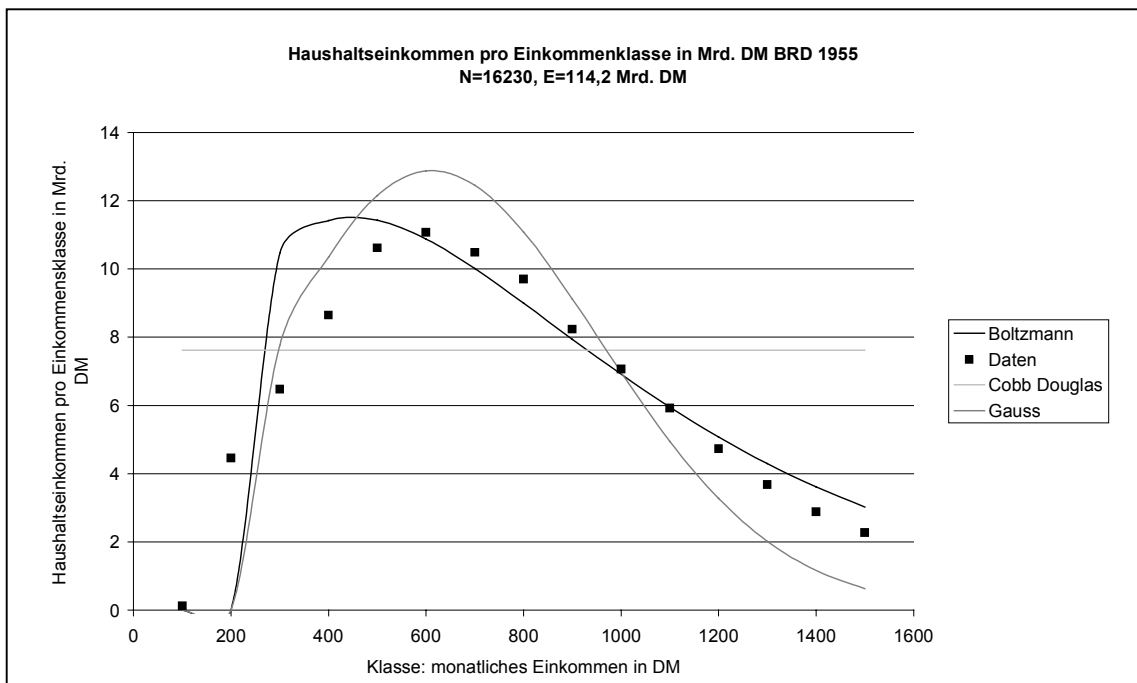


Abbildung A 2: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1955

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	16230	15769	16109	15808
E (gesamtes Einkommen)	114,2 Mrd	113,9 Mrd	95,3 Mrd	114,2 Mrd

--	--	--	--

Anzahl Haushalte und gesamtes Einkommen BRD 1960

(Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

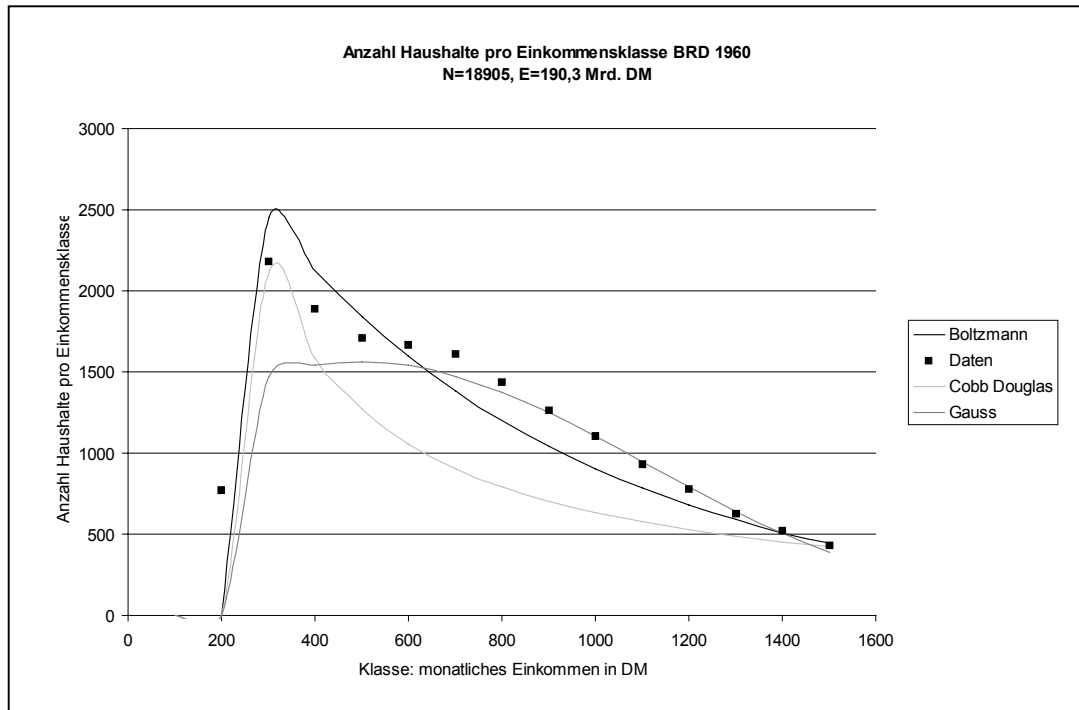


Abbildung A 3: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1960

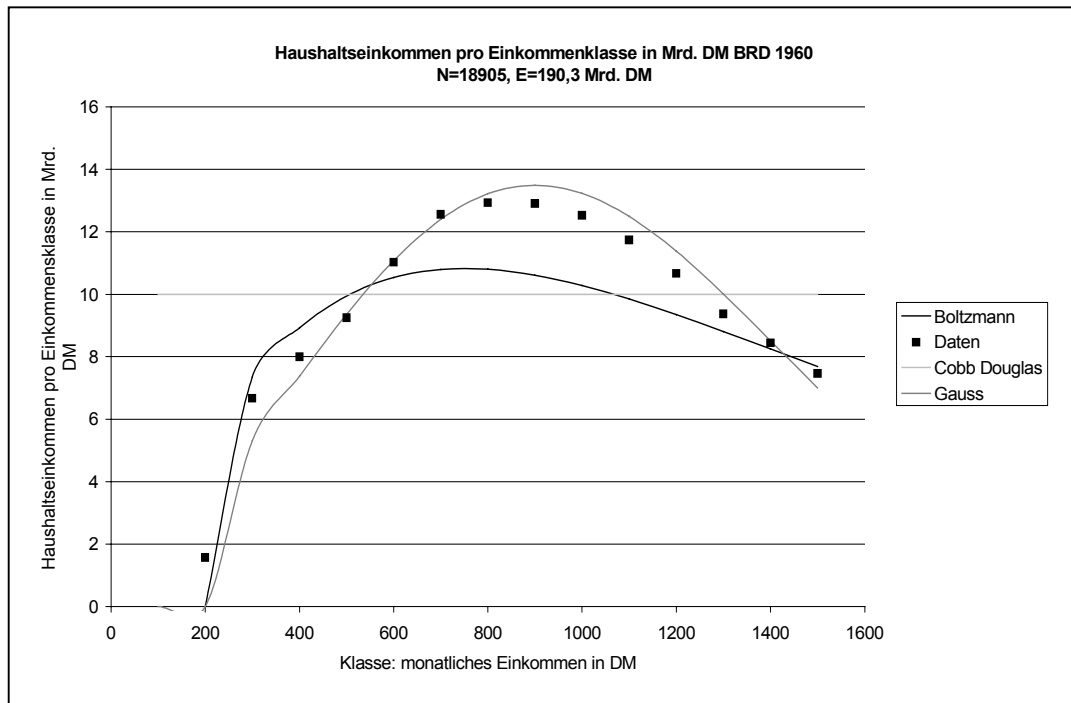


Abbildung A 4: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1960

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	18905	18905	18890	18828

E (gesamtes Einkommen)	190,3 Mrd	212,2 Mrd	344,6 Mrd	210 Mrd
------------------------	-----------	-----------	-----------	---------

Anzahl Haushalte und gesamtes Einkommen BRD 1968

(Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

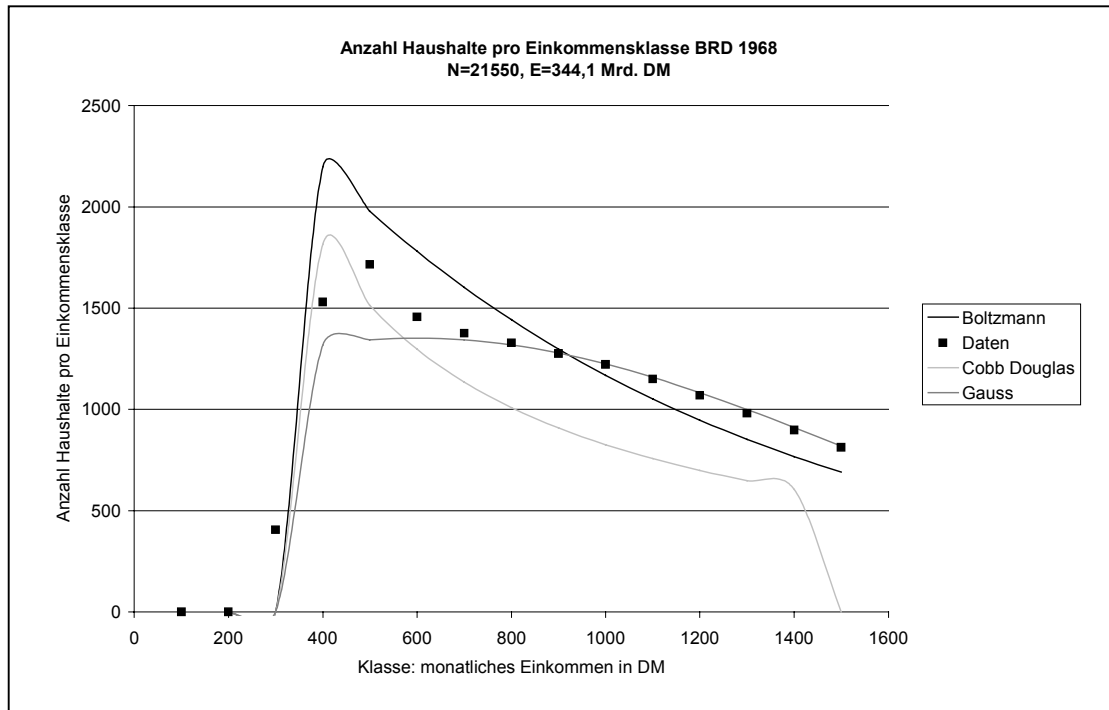


Abbildung A 5: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1968

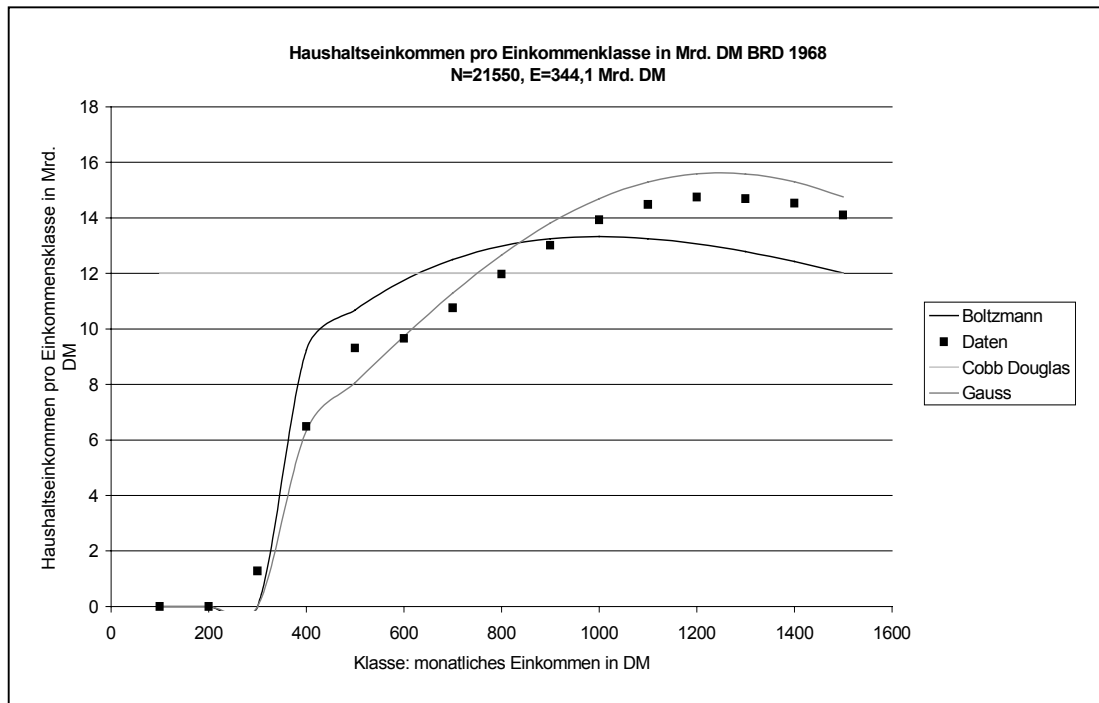


Abbildung A 6: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1968

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	21550	21999	21366	21166

E (gesamtes Einkommen)	344,1 Mrd	330,2 Mrd	260 Mrd	180 Mrd
------------------------	-----------	-----------	---------	---------

Anzahl Haushalte und gesamtes Einkommen BRD 1975

(Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

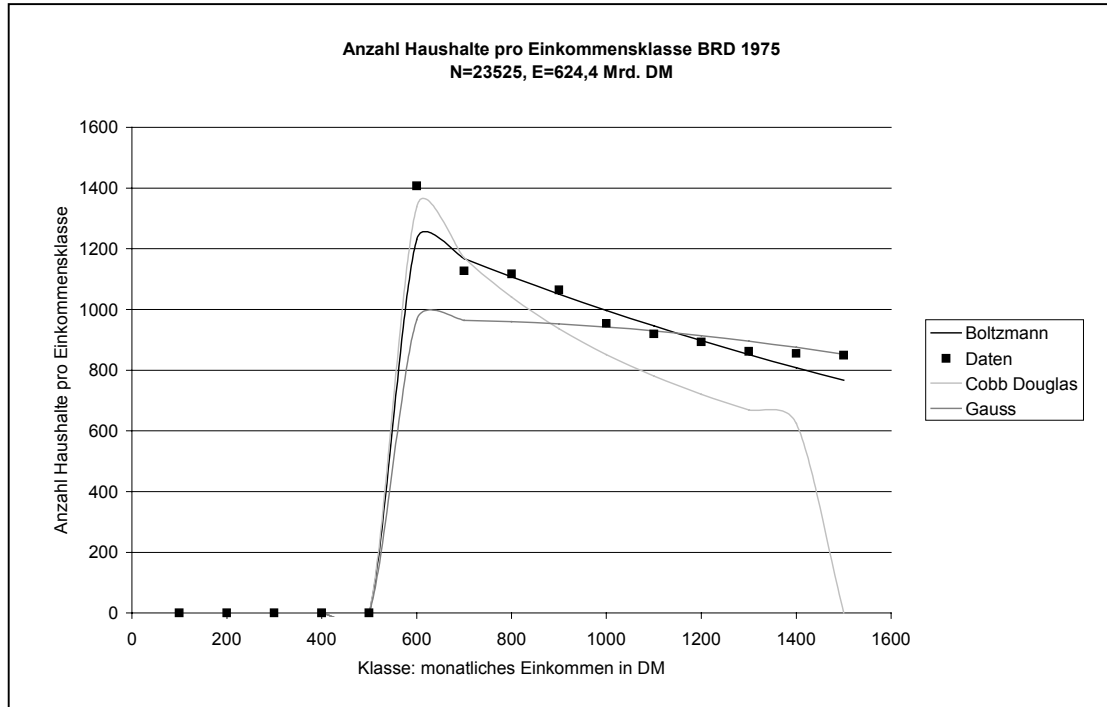


Abbildung A 7: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1975

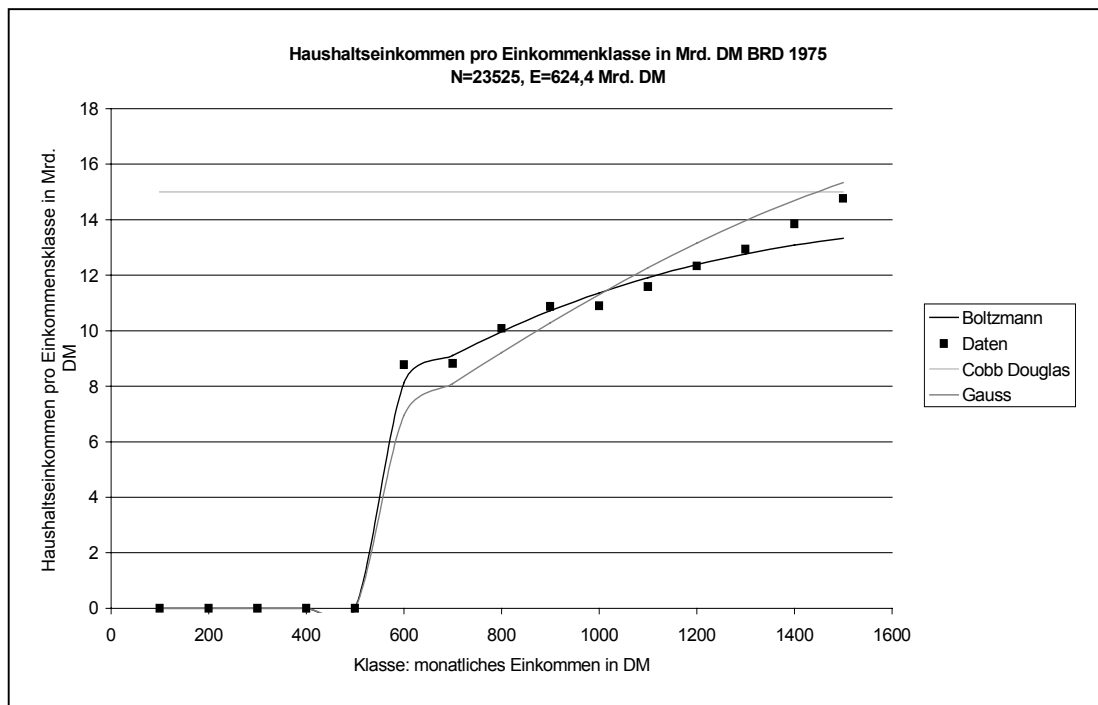


Abbildung A 8: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1975

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	23525	23893	23440	23233

E (gesamtes Einkommen)	624,4 Mrd	675,2 Mrd	535,7 Mrd	225 Mrd
------------------------	-----------	-----------	-----------	---------

Anhang C

Anzahl Haushalte und gesamtes Haushaltseinkommen BRD 1960
 (Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

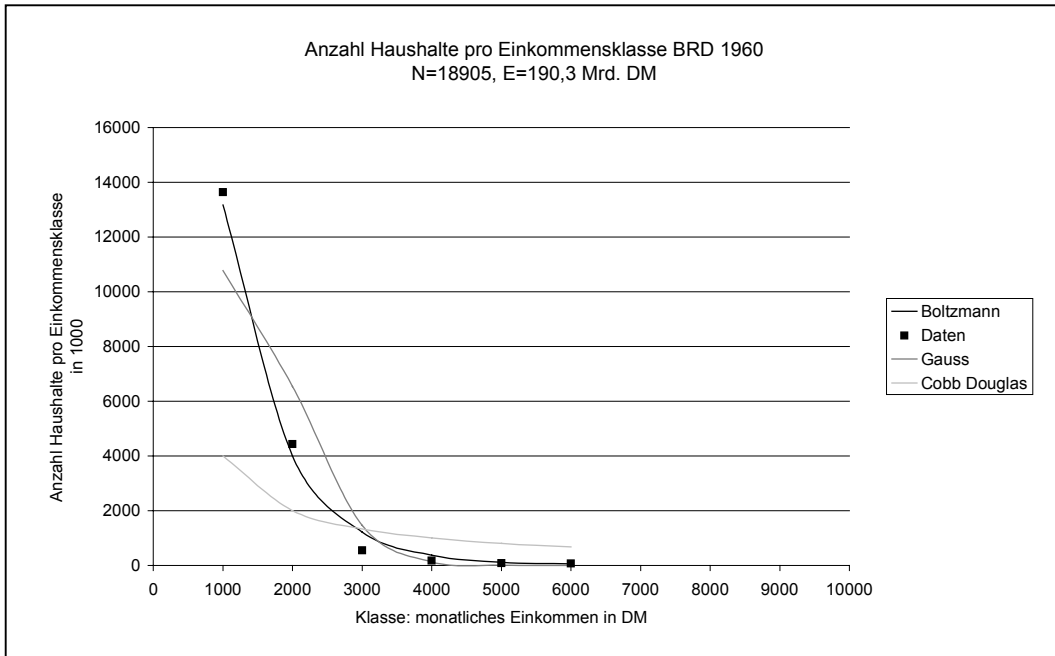


Abbildung A 9: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1960

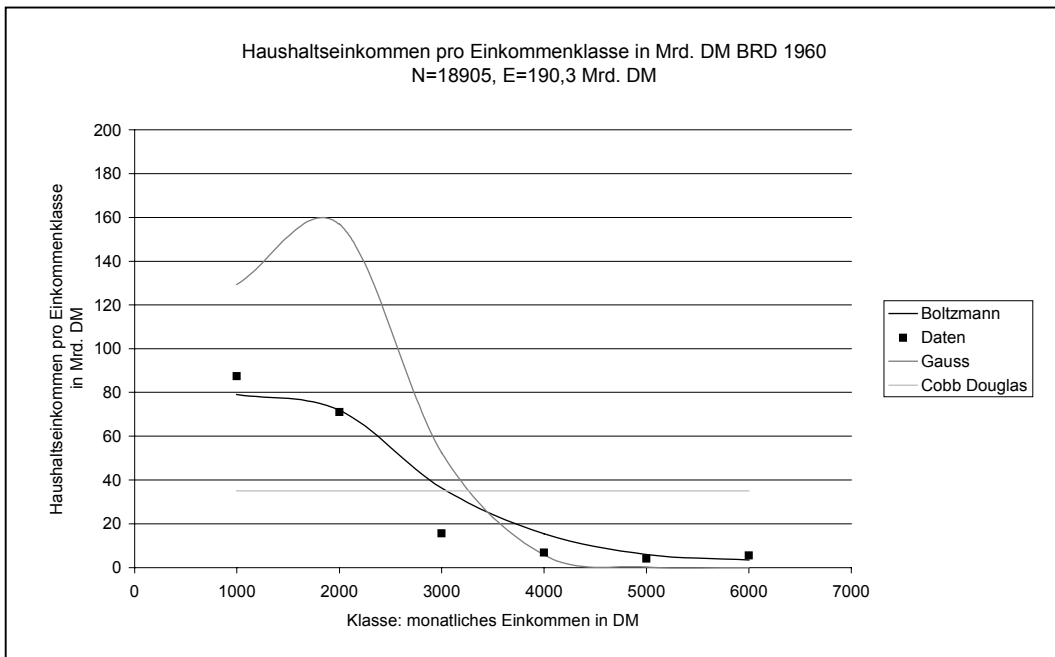


Abbildung A 10: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1960

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	18905	18905	18890	18828

E (gesamtes Einkommen)	190,3 Mrd	212,2 Mrd	344,5 Mrd	210
------------------------	-----------	-----------	-----------	-----

Anzahl Haushalte und gesamtes Haushaltseinkommen BRD 1964
 (Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

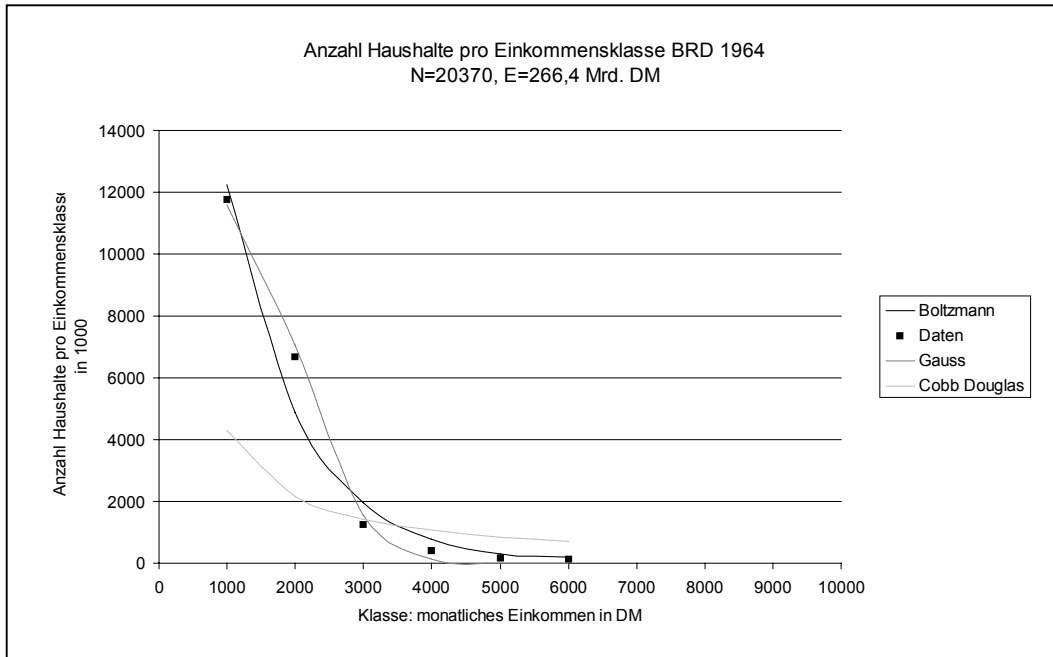


Abbildung A 11: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1964

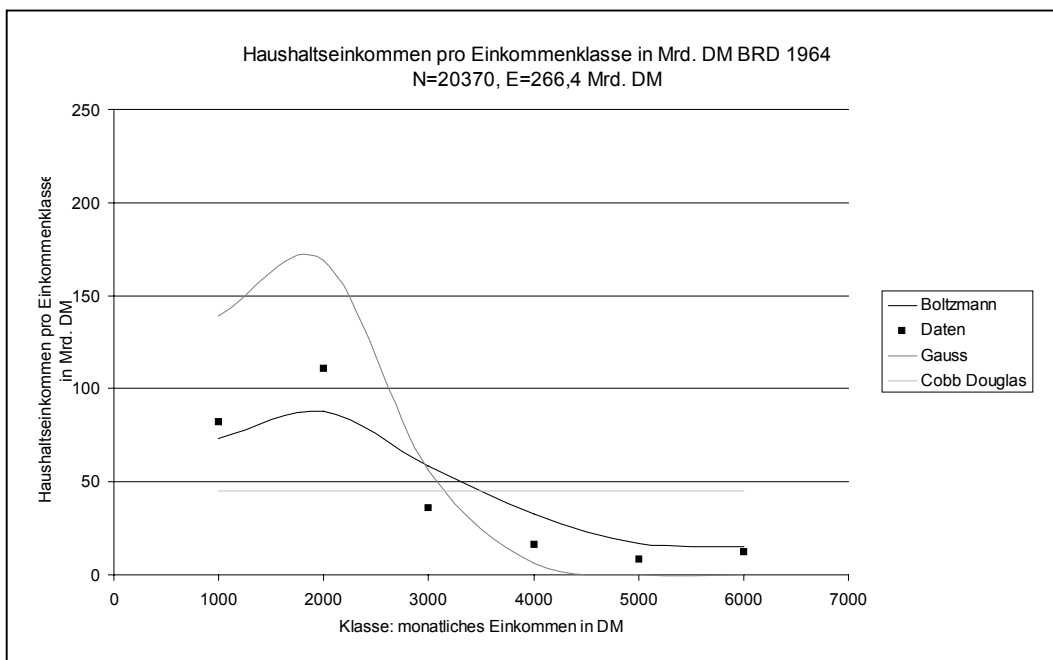


Abbildung A 12: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1964

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	20370	20370	20354	20333

E (gesamtes Einkommen)	266,4 Mrd	284,7 Mrd	371,3 Mrd	270 Mrd
------------------------	-----------	-----------	-----------	---------

Anzahl Haushalte und gesamtes Haushaltseinkommen BRD 1968
 (Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

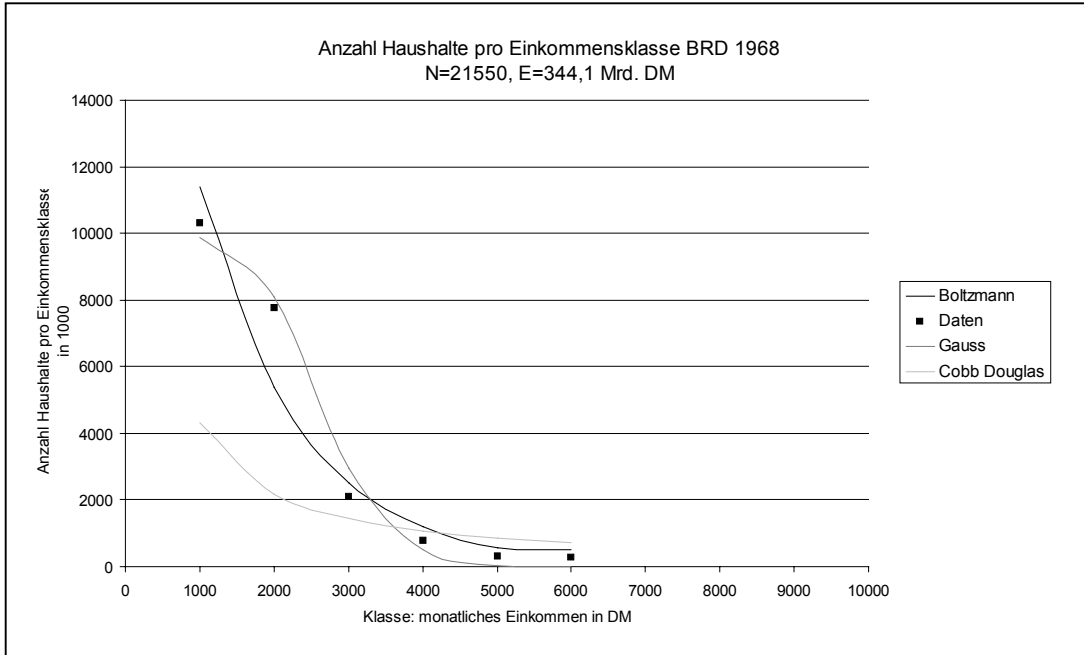


Abbildung A 13: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1968

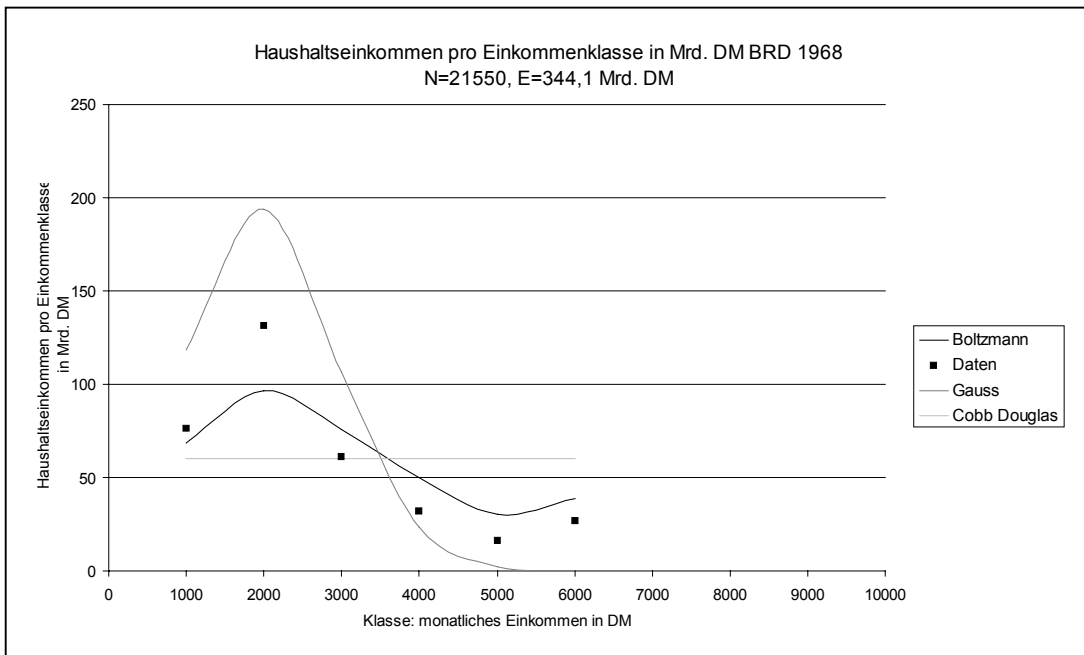


Abbildung A 14: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1968

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	21550	21550	21448	20353

E (gesamtes Einkommen)	344,1 Mrd	360 Mrd	445,2 Mrd	360 Mrd
------------------------	-----------	---------	-----------	---------

Anzahl Haushalte und gesamtes Haushaltseinkommen BRD 1970
 (Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

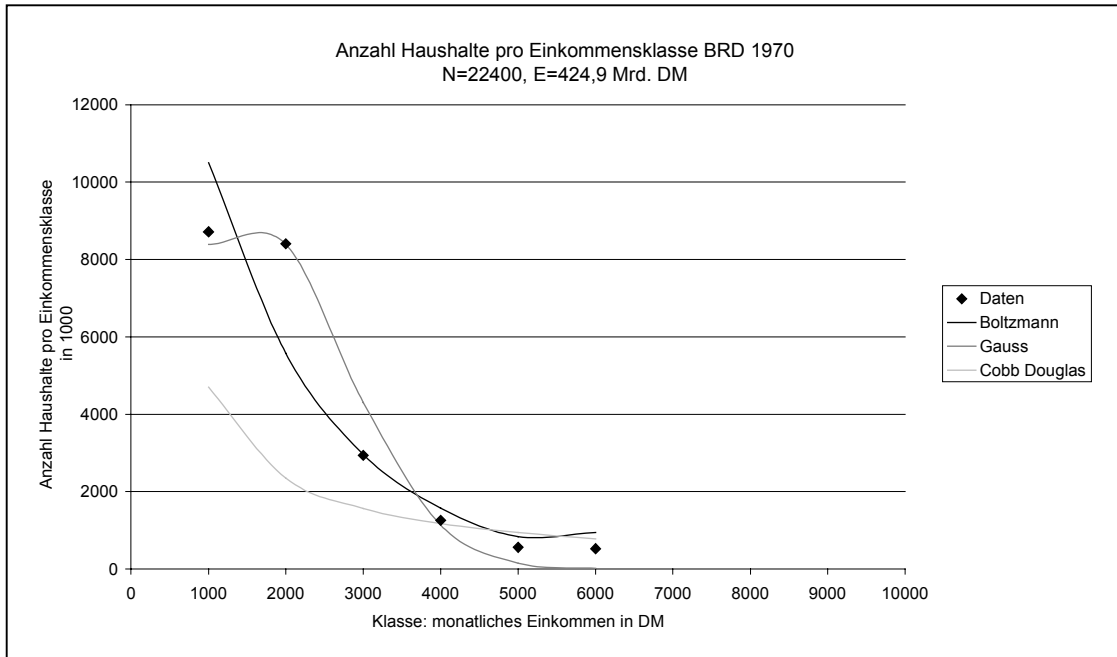


Abbildung A 15: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1970

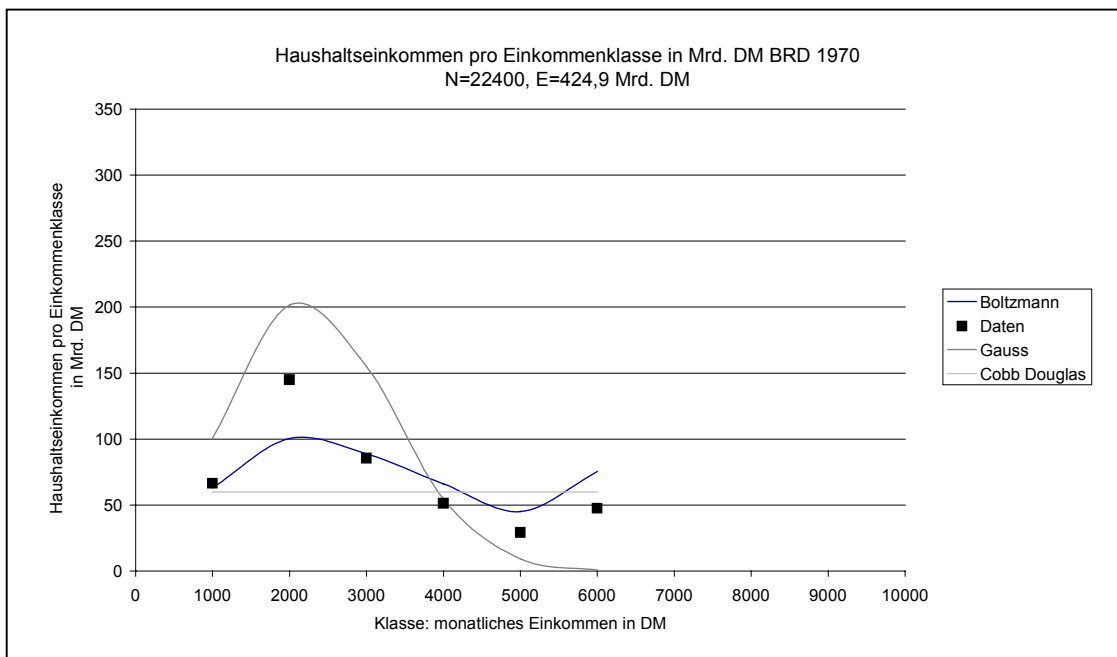


Abbildung A 16: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1970

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	22400	22400	22391	22122

E (gesamtes Einkommen)	424,9 Mrd	438,8 Mrd	521,7 Mrd	360 Mrd
------------------------	-----------	-----------	-----------	---------

Anzahl Haushalte und gesamtes Haushaltseinkommen BRD 1975
 (Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

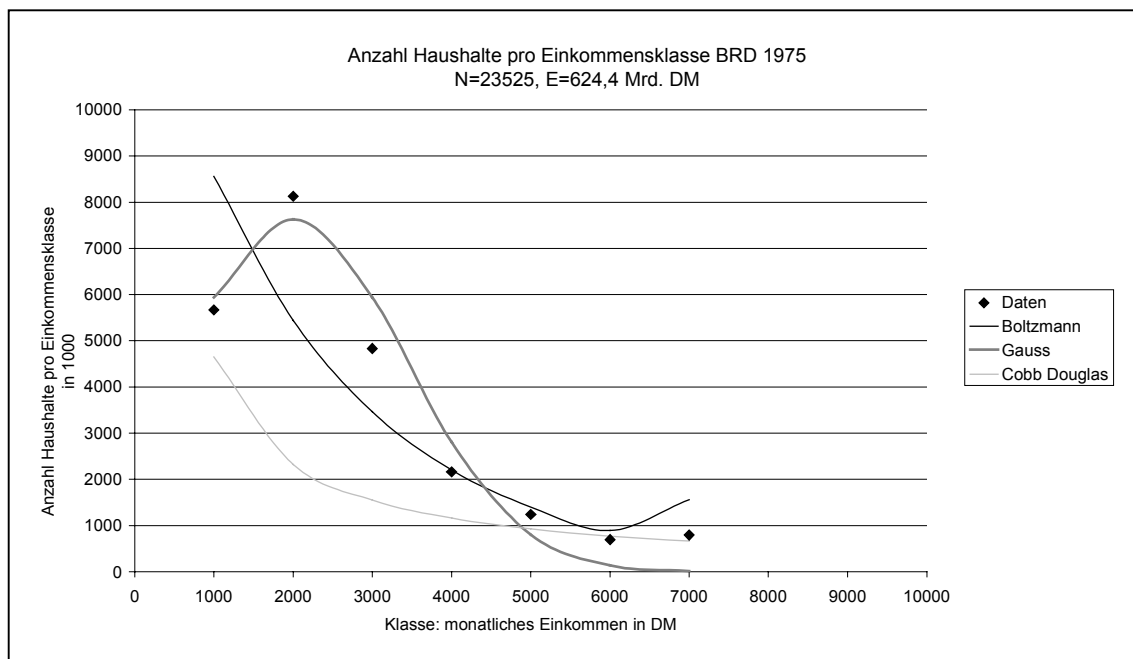


Abbildung A 17: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1975

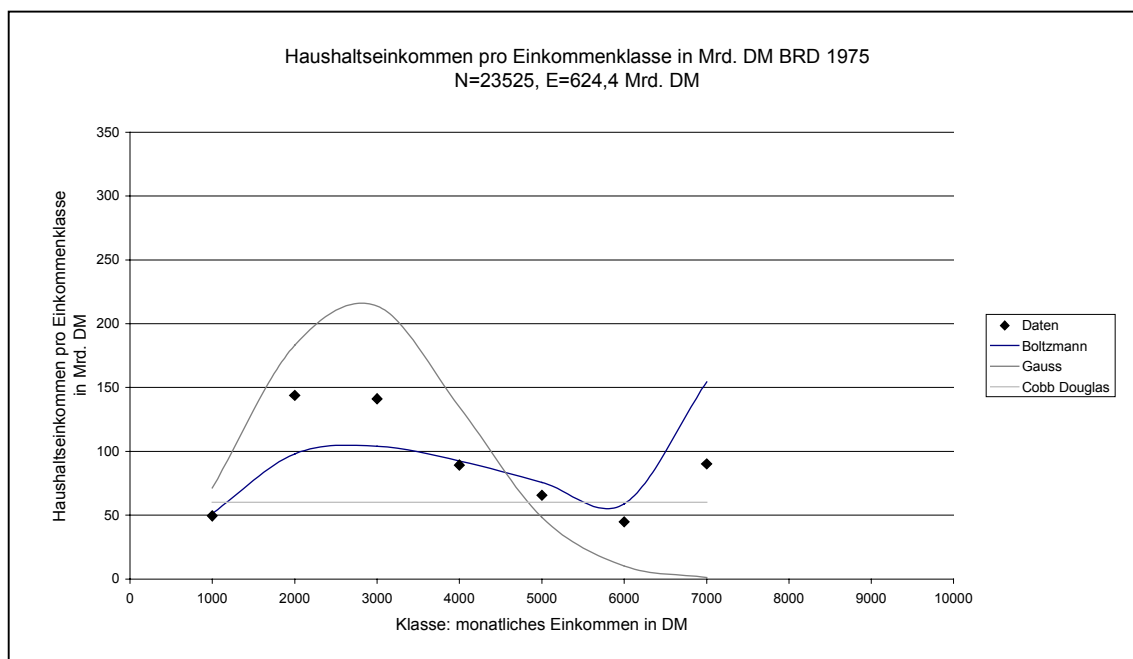


Abbildung A 18: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1975

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	23525	23525	23276	23173

E (gesamtes Einkommen)	624,4 Mrd	634,9 Mrd	662,6 Mrd	420
------------------------	-----------	-----------	-----------	-----

Anzahl Haushalte und gesamtes Haushaltseinkommen BRD 1981
 (Mit realem N, E und theoretischem N, E für Boltzmann-, Pareto- und Gauss-Verteilung)

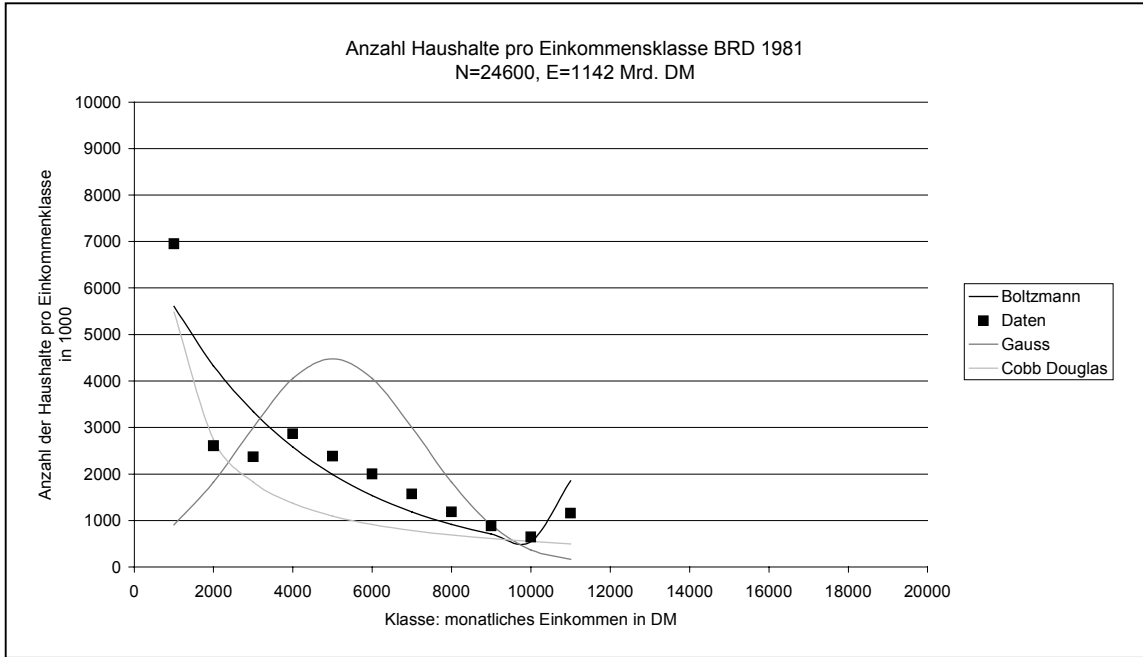


Abbildung A 19: Anzahl Haushalte nach Einkommensklasse 1981

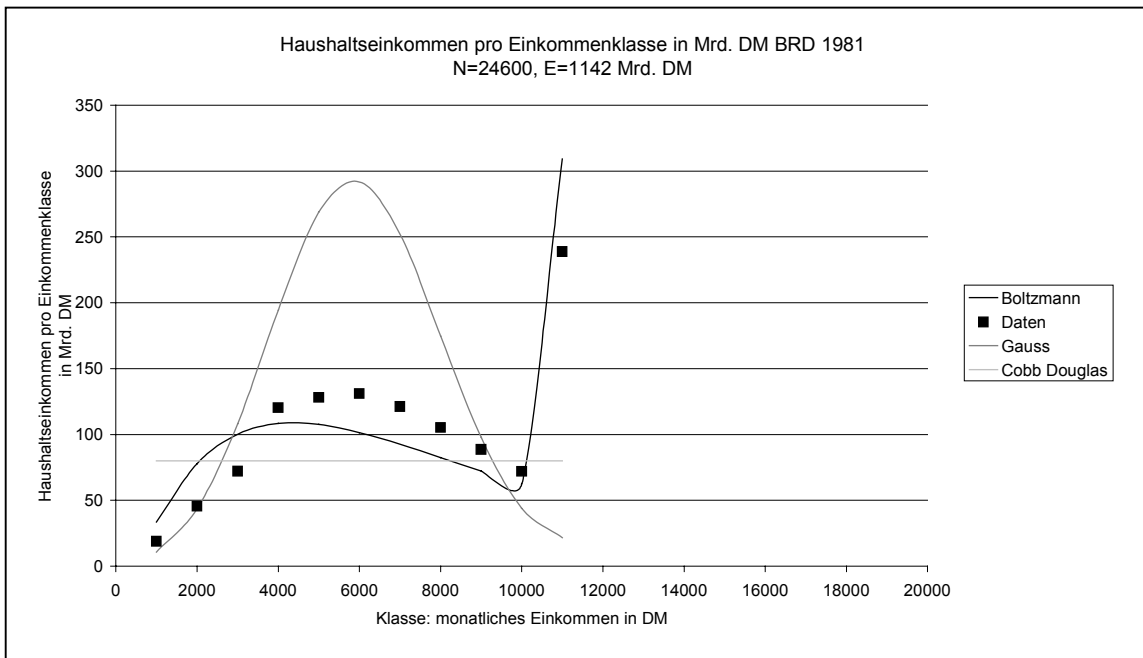


Abbildung A 20: Gesamtes Haushaltseinkommen nach Einkommensklasse 1981

	Daten	Boltzmann	Gauss	Pareto
N (# Haushalte in 1000)	24600	24600	24569	24343

E (gesamtes Einkommen)	1142 Mrd	1148 Mrd	1508 Mrd	880 Mrd
------------------------	----------	----------	----------	---------

Literatur:

[1]

J. Mimkes, T. Fründ, G. Willis

Lagrange statistics in systems (markets) with (price) constraints: Analysis of property, car sales, marriages and job markets by Boltzmann distribution and Cobb Douglas function

Paderborn 2002, Frühjahrstagung DPG 2002 Regensburg

[2]

C. Denk, T. Fründ, J. Mimkes

Lagrange statistics in socio-economic systems with constraints: Social structures and standard of living

Paderborn 2002, Frühjahrstagung DPG 2002 Regensburg

[3]

Wolfgang Weidlich

Concepts and models of a quantitative sociology: The dynamics of interacting populations

Berlin, Springer 1983

[4]

J. Mimkes

Vorlesungen zur Lagrange Statistik:

Eine Einführung in die gemeinsamen Grundlagen von Gesellschaft, Wirtschaft, Politik und Thermodynamik.

Universität Paderborn 1996

[5]

Prof. Dr. Jürgen Mimkes

Vorlesung „Einführung in die Festkörper-Thermodynamik“

Paderborn 2001

[6]

Bronstein, Semendjajev, Musiol, Mühlig

Taschenbuch der Mathematik

Verlag Harri Deutsch, 2001

[7]

Christian Denk

Analyse von Integrationsproblemen der Gesellschaft mit Methoden der Physik

Paderborn 2002

[8]

Horst Stöcker [Hrsg.]

Taschenbuch der Physik

Verlag Harri Deutsch, 2001

[9]

Berthold Busch

Verdienst, Vermögen und Verteilung: Reichtumsbericht Deutschland

Köln : Kölner Univ.-Verl., 1998.

[10]

Statistisches Jahrbuch 1990-2001
Für die Bundesrepublik Deutschland und das Ausland
Stuttgart : Metzler-Poeschel, 1990-2001

[11]

Gerhard Göseke
Verteilung und Schichtung der Einkommen der privaten Haushalte in der
Bundesrepublik Deutschland 1950 - 1975
Berlin : Duncker & Humblot, 1974

[12]

Klaus-Dietrich Bedau
Die Einkommenslage der Familien in der Bundesrepublik Deutschland in den Jahren
1973 und 1981
Berlin : Duncker & Humblot, 1987.

[13]

Cleveland Federal Reserve Bank; US Department of Labor; Bureau of Statistics. 1996

[14]

Gerthsen, Vogel
Physik
Berlin, Heidelberg Springer Verlag 1993

[15]

Weltbevölkerung 1999, Soziale und demographische Daten zu den Ländern und
Regionen der Welt
Deutsche Stiftung für Weltbevölkerung, 1999

[16]

Der Fischer Weltalmanach 2001:
Fischer Taschenbuch Verlag, Frankfurt am Main, 2000

[17]

Aktuell '99, Lexikon der Gegenwart:
Harenberg Lexikon Verlag, Dortmund, 1998

[18]

Hans-Herbert Holzhamer, Marc Hoch (Hg.)
Der Marshall-Plan, Geschichte und Zukunft
Landsberg/Lech, Olzog 1997

[19]

Jürgen Mimkes
Räumliche Mobilität und Wanderströme in Deutschland 1995 in
Zuwanderung nach Deutschland – Prozesse und Herausforderungen, Hartmut Wendt
(Hrsg.)
Kiedrich, BiB 1998